

日経平均株価指数オプションをもとに算出したテールリスク指標について

脇屋 勝*
大屋 幸輔†

1. はじめに

マーケットでは、時に大幅な下落が発生する。図 1 は、日経平均株価の 2013 年から 2023 年の月次のリターンの分布を示しており、左の裾がやや厚く非対称な形状で上昇時よりも下落時の方が大きく変動していることが分かる。問題は、いつその大幅な下落が発生するかを把握することが難しいことにある。そのため、市場関係者の間ではマーケットの将来的な価格変動リスクを把握できる指標に対するニーズは高い。現時点においてリアルタイムで確認できる指標で代表的なものでは、米国の Volatility Index(VIX) や日経平均 VI がある。これらの指数は、マーケットの不確実性が高まると市場のボラティリティが大きくなり、結果として株価指数オプション取引の価格に反映される性質を利用して算出されている。

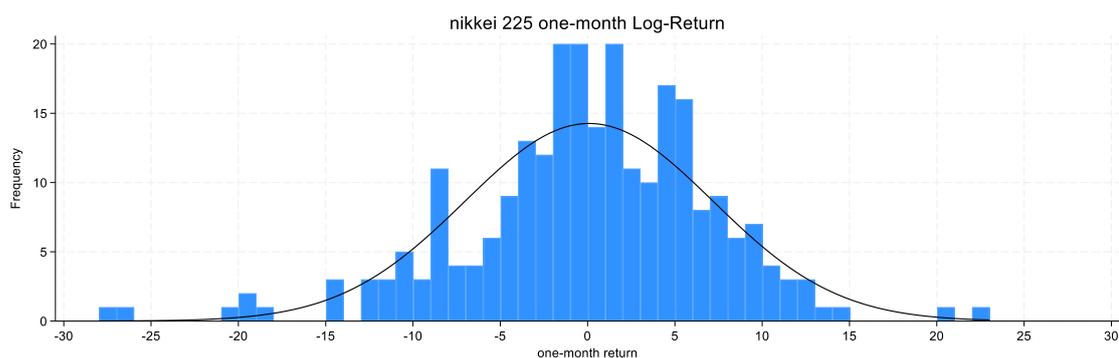


図 1 日経平均株価の対数リターン

(出所) J-GATE システムデータより筆者作成

それに対して、VIX と比較すると認知度は低いものの予想外の大幅下落を捉えるのに適した指標として、Cboe Options Exchange (Cboe)が算出・公表している Skew Index(SKEW) がある。VIX が恐怖指数と呼ばれるのに対して、SKEW はブラックスワン指数とも呼ばれている¹。この SKEW に相当する指標が、わが国では算出・公表されておらず、日経平均株価が大幅に下落した局面での挙動を把握することも難しい。そこで、本稿では SKEW の算出

* 日本取引所自主規制法人 売買審査部 (m-wakiya@jpx.co.jp)

本稿に記載されている内容や意見は筆者個人に属し、株式会社日本取引所グループ及び日本取引所自主規制法人等、筆者が関係する組織の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りは、全て筆者個人の責に帰すべきものである。

†大阪大学 大学院経済学研究科 数理・データ科学教育研究センター

¹ Gagnon et al.(2023)等の先行研究があるが、VIX に比して SKEW の先行研究の蓄積も限定的である。

方法の紹介及び J-GATE システムの日経平均株価指数のオプション取引の注文・約定データを用いて日経平均の SKEW を実際に算出し、大まかな挙動の確認を行う。

2. Skew Index の計算

歪度(Skewness) は、確率分布の形状を表す指標であり、分布の非対称性の度合いを示している。本稿では、米国 SKEW との比較のため Cboe Options Exchange (2010)に倣い Skew Index の計算を行う。原資産である日経平均株価のリターンを R (確率変数)、リターンの平均を μ 及びリターンの標準偏差を σ とすると、日経平均の SKEW は、以下の数式(1)で求めることができる。

$$SKEW = E\left[\left(\frac{R - \mu}{\sigma}\right)^3\right] \quad (1)$$

ここで、 R の原点周りの m 次のモーメントは数式(2)、 R の平均周りの m 次のモーメントは数式(3)で表せるため、3 次モーメントである数式(1)は数式(4)のように書ける²。ただし、 $E[\cdot]$ はリスク中立測度のもとでの期待値である。

$$E[R^m] \quad (2)$$

$$E[(R - E[R])^m] \quad (3)$$

$$SKEW = \frac{E[R^3] - 3E[R]E[R^2] + 2E[R]^3}{(E[R^2] - E^2[R])^{3/2}} = \frac{P_3 - 3P_1P_2 + 2P_1^3}{(P_2 - P_1^2)^{3/2}} \quad (4)$$

日経平均の SKEW の計算には、より多くの価格情報を織り込むためオプションの権利行使銘柄の全分布を用いるが、プットオプション、コールオプションともにアウト・オブ・ザ・マネーの銘柄を計算対象としている。アット・ザ・マネーの銘柄については、プットオプション、コールオプションともに使用する。オプション価格等を用いて数式(5)から(10)で求めた値を数式(4)に代入し、1 つの指標に集約していく。この日経平均の SKEW の値が大きくなるほど、マーケット参加者は将来の大幅な下落を警戒していることを示している。

ただし、Cboe Options Exchange (2010)や日経平均 VI と同様に、30 日後の日経平均の SKEW を求める場合、残存期間がちょうど 30 日のオプションは取引されていないため、直近限月と期先限月のオプションを用いて、線形補完を行い 30 日後の日経平均の SKEW を計算する必要がある。具体的には、直近限月と期先限月のウェイトを計算し、最終的に数式(9)で、30

² オプション価格を用いて P_1 、 P_2 、 P_3 を求める方法は、様々あるが、本稿では Cboe Options Exchange (2010)と同様の方法を用いる。

日後の日経平均の SKEW を計算する。なお、計算頻度は、日経平均 VI と同じ 15 秒間隔とした³。

$$P_1 = \mu = E[R_T] = e^{rT} \left(- \sum_i \frac{1}{k_i^2} Q_{ki} \Delta k_i \right) + \varepsilon_1 \quad (5)$$

$$P_2 = E[R^2_T] = e^{rT} \left(\sum_i \frac{2}{k_i^2} \left(1 - \ln \left(\frac{k_i}{F_0} \right) \right) Q_{ki} \Delta k_i \right) + \varepsilon_2 \quad (6)$$

$$P_3 = E[R^3_T] = e^{rT} \left(\sum_i \frac{3}{k_i^2} \left(2 \ln \left(\frac{k_i}{F_0} \right) - \ln^2 \left(\frac{k_i}{F_0} \right) \right) Q_{ki} \Delta k_i \right) + \varepsilon_3 \quad (7)$$

$$\varepsilon_1 = - \left(1 + \ln \left(\frac{F_0}{k_0} \right) - \frac{F_0}{k_0} \right) \quad (8)$$

$$\varepsilon_2 = 2 \ln \left(\frac{K_0}{F_0} \right) \left(\frac{F_0}{k_0} - 1 \right) + \frac{1}{2} \ln^2 \left(\frac{k_0}{F_0} \right) \quad (9)$$

$$\varepsilon_3 = 3 \ln^2 \left(\frac{K_0}{F_0} \right) \left(\frac{1}{3} \ln \left(\frac{K_0}{F_0} \right) - 1 + \frac{F_0}{k_0} \right) \quad (10)$$

$$SKEW = 100 - 10 * S = 100 - 10 * (wS_1 + (1 - w)S_2) \quad (11)$$

$$\text{※ } w = \frac{\text{期先限月の満期までの時間 (分単位)} - 30 \text{ 日後までの時間 (分単位)}}{\text{直近限月から期先限月の満期までの時間 (分単位)}}$$

F_0 : 日経平均株価指数オプションから導き出される 30 日先の日経平均株価

k_0 : F_0 の直下にある権利行使価格

k_i : アウト・オブ・ザ・マネーにある権利行使価格

$$\Delta k_i = \frac{1}{2} (k_{i+1} - k_{i-1})$$

r : 満期までのリスクフリーレート

Q_{ki} : 権利行使価格ごとの約定価格もしくは売り気配と買い気配の仲値

T : 満期までの時間 (年換算)

ε_j : k_0 と F_0 における差違の調整

³ 本レポートで示した日経平均の SKEW の値は試算中のものであり、今後、値は変更となる可能性がある。なお、15 秒間隔での算出にあたっては、日本経済新聞社(2023)の日経平均 VI のオプション価格の採用値段の基準を参考にした。

3. 日経平均の SKEW

図 2 は日米の SKEW 及び VIX の散布図であり、パネル A は 2022 年 5 月から 2023 年 4 月の日経平均の SKEW 及び日経平均 VI、パネル B では 2013 年 1 月から 2023 年 11 月 SKEW 及び VIX の散布図を示している⁴。日経平均の SKEW は、日経平均 VI の上昇時に必ずしも同タイミングで上昇しておらず、逆に日経平均 VI が低い時に日経平均の SKEW の水準が高い場合もあることが見てとれる。このことは、単純な逆相関の関係にはなっておらず、両指標が異なる情報を有していることを示唆していると考えられる。米国の Cboe の SKEW と VIX についても、同様の傾向を示していることが確認できる。

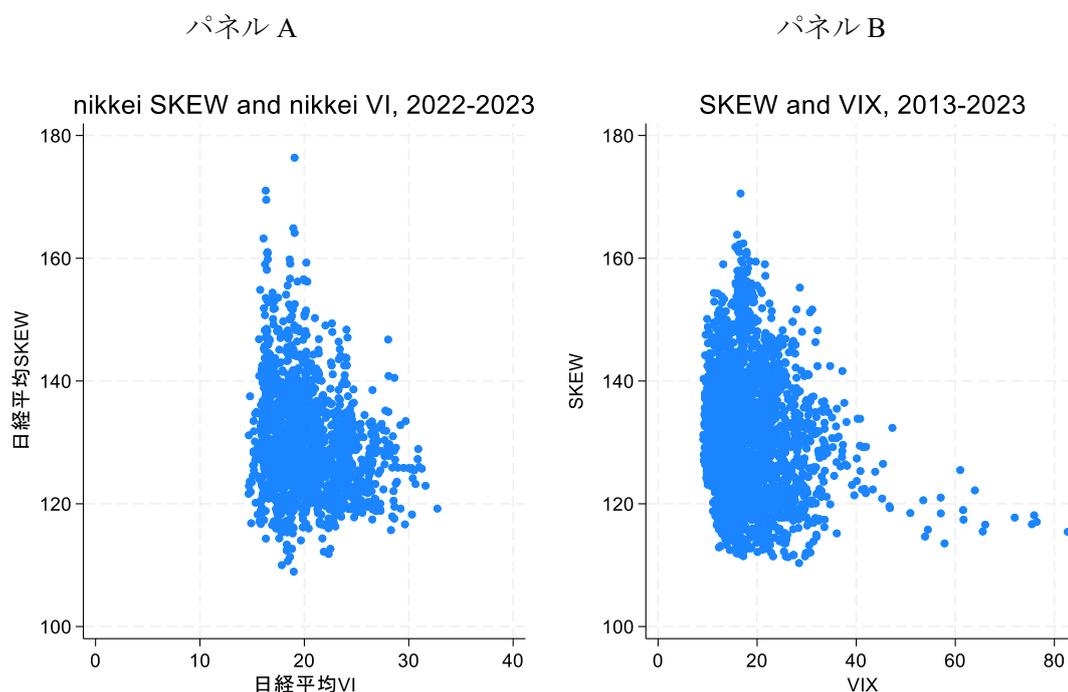


図 2 日米の SKEW 及び VIX の散布図

(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成

次に 2022 年 5 月から 2023 年 4 月の日経平均の SKEW の推移 (図 3) を見ていく。この期間の内、日経平均の SKEW が大きく上昇している 2022 年 8 月 25 日及び 2023 年 2 月 9 日のマーケットの状況を確認したい。まず、2022 年 8 月 25 日は、日経平均株価は 5 営業日続落で 900 円超の大幅な下落となっていたところ、6 営業日振りに上昇に転じたものの、依然としてマーケット参加者の大幅下落に対する警戒感が高まっていたと解釈できる。その後日経平均株価はさらに大きく下落しており、マーケット参加者のコンセンサス通りの結果となった。次の 2023 年 2 月 9 日は、報道機関が日本銀行総裁人事の国会提示日として報じ

⁴ VIX 及び日経平均 VI の算出方法については、Cboe Options Exchange (2023)及び日本経済新聞社(2023)を参照。

た2月10日を意識した動きが **SKEW** の上昇にあらわれた可能性がある。ただ、その後日経平均株価が大きく下落するようなことはなかったことを見ると、日本銀行総裁人事が明らかとなった直後の相場への影響は限定的であったと考えられる。

一方、日経平均 **VI** は、両日とも低い水準を示しており、さらには全般的に日経平均株価のボトムで大きく値が上昇している傾向があることが分かる。このことから、2つの指標が異なる側面の情報を有していると考えられる。

日経平均の **SKEW** は日経平均 **VI** と同様、その時のマーケット参加者の将来のテールリスクに対するコンセンサスを示すものであり、未来のマーケットの価格変動を必ずしも予測するものではない。しかしながら、投資戦略を考える上で、マーケット参加者のコンセンサスを知ることは有益であると考えられる。

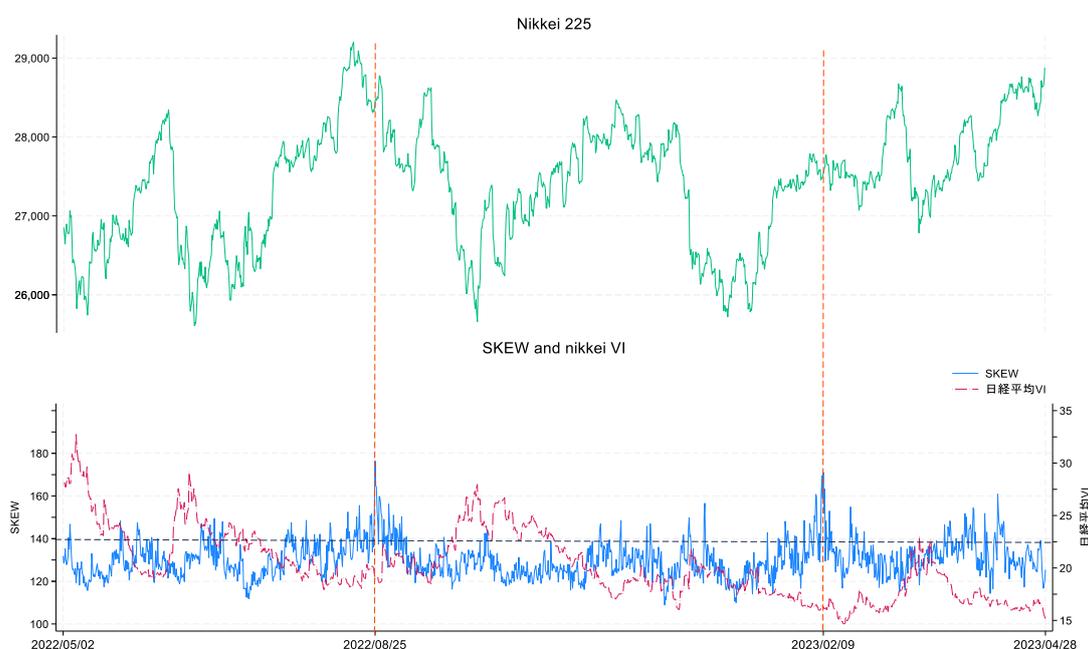


図3 日経平均の **SKEW** の推移

(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成

4. おわりに

本稿では、**SKEW** の算出方法の紹介及び J-GATE の日経平均株価指数オプションの注文・約定データを用いて算出した日経平均の **SKEW** の基本的な挙動を確認した。日経平均の **SKEW** は、日経平均 **VI** とは異なる側面の情報を有しており、マーケットのテールリスクを捉える指標として有益である可能性が高いことを示した。

ただ、米国の Cboe で取引される **S&P500** オプションの流動性は非常に高いため、Cboe における **S&P500** オプションの価格採用ルールを日経平均 **SKEW** の計算に用いる日経平均

株価指数オプションにそのまま適用しても馴染まない可能性もある。より精度の高い日経平均の SKEW の計算を行うにあたっては、わが国のマーケット環境や取引ルールに基づいた適切な計算方法について、引き続き検討が必要と考えられる。これらの点については、今後の課題としたい。

参考文献

Cboe Options Exchange (2010), SKEW White Paper-THE CBOE SKEW INDEX, Available online:

<https://cdn.cboe.com/resources/indices/documents/SKEWwhitepaperjan2011.pdf>

Cboe Options Exchange (2023), Volatility Index Methodology, Available online:

https://cdn.cboe.com/api/global/us_indices/governance/Volatility_Index_Methodology_Cboe_Volatility_Index.pdf

Gagnon, M. H., Power, G. J., & Toupin, D (2023), The sum of all fears: Forecasting international returns using option-implied risk measures. *Journal of Banking & Finance*, 146.

日本経済新聞社 (2023), 日経平均ボラティリティー・インデックス リアルタイム算出要領.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料の内容は、株式会社大阪取引所の意見・見解を示すものではありません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。

著者および株式会社大阪取引所は、本資料に基づく投資あるいは類似の行為により発生した如何なる損失や損害に対して、一切の責任を負うものではありません。