

JPX 国債先物ボラティリティ・インデックスの資産運用における利用可能性について*

大阪取引所 市場企画部 飛田 昌宏、京都大学大学院 経営管理研究部 特定教授 加藤 康之

1. はじめに

日本取引所グループ（以下、「JPX」という。）傘下の大阪取引所には、10年国債（標準物）を対象とする長期国債先物取引（以下、「国債先物」という。）が上場され、その高い流動性から、国債先物の価格は国債市場における指標の役割を果たしている。また、国債先物を対象とするオプション取引（以下、「国債先物オプション」という。）が上場され、証券会社、銀行及び海外投資家を中心に活発に取引されている。そして、2013年11月からは、国債先物オプションの価格を基としたモデルフリー・インプライド・ボラティリティ（以下、「MFIV」という。）であるJPX国債先物ボラティリティ・インデックス（以下、「JPX-JGBF-VI」という。）が試験算出されている。本稿では、JPX-JGBF-VIの説明をした後、その先物のプライシング及び先物指数（先物ロールオーバー指数）の算出を行い、資産運用における利用可能性について考察したいと思う。

2. MFIVについて

JPX-JGBF-VI算出の根拠となっているMFIVの概要を説明する。MFIVは、インプライド・ボラティリティ（以下、「IV」という。）の一種である。IVには、MFIVの他、オプション価格からブラック・ショールズ式を用いて計算するインプライド・ボラティリティ（以下、「BSIV」という。）等が存在し、計算が容易であることから一般的にはBSIVが広く利用されている。しかし、BSIVはその計算の前提として「原資産価格のボラティリティは一定」と仮定しているが、現実の市場でその前提が必ずしも成立しないことが指摘されている。また、オプションの権利行使価格ごとに異なるBSIVが得られること（ボラティリティ・スキュー）や満期が異なるオプションからそれぞれ異なるBSIVが得られること（ボラティリティの期間構造）が知られており、指標としてのBSIVの利用は限定的となっている。一方で、MFIVであるJPX-JGBF-VIは、モデル（一定の仮定を前提とする公式）フリー（特定のモデルを用いない）であり、原資産価格のボラティリティを一つ計算するという特徴を持っている。

MFIVには、JPX-JGBF-VIの他に恐怖指数として知られる米国S&P500のMFIVであるVIXや日経平均株価のMFIVである日経平均VIがある。各MFIVは、オプションのプレミアムから限月ごとの分散を求めそれを30日に補間して計算し、指数に一貫性を持たせており、計算方法は概ね同じである。また、JPX-JGBF-VIに限らず、MFIVの t 時点での値（ $MFIV_t$ ）は、対象（JPX-JGBF-VIの場合は、長期国債先物）の各時点における瞬間的な変化率の分散を V_t とすれば、次のとおり表される。（ボラティリティ・インデックスの場合、 $\tau = 30/365$ ）

$$MFIV_t \approx \sqrt{\tau^{-1} E_t^Q \left[\int_t^{t+\tau} V_s ds \right]} \quad (1)$$

3. JPX-JGBF-VIについて

JPX-JGBF-VIは、大阪取引所に上場されている国債先物オプションの価格（プレミアム）をもとに計算

* 本稿に示されている内容は、筆者ら個人に属し、株式会社日本取引所グループ、その子会社・関連会社、京都大学大学院及び筆者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。また、ありうべき誤りは、すべて筆者個人に属します。

される。計算方法の詳細は算出要領に譲ることとする¹が、国債先物オプションの第1限月及び第2限月の各権利行使価格の価格を用いて、第1限月及び第2限月の分散を計算し、それを30日に線形補間し、標準偏差にしたものと解釈できる。また、JPX-JGBF-VIと指数の対象である長期国債先物の価格をプロットする(図1)と概ね逆相関という関係性が見て取れる。また、長期国債先物の価格が急落している局面(2013年)では、JPX-JGBF-VIが急上昇している。加えて、JPX-JGBF-VI及びその日次変化率(対数ベース)の確率分布(図2)は、それぞれの分布が、同様の平均及び標準偏差を持つ正規分布とは違う形状²であることを示している。

4. JPX-JGBF-VI 先物のプライシング

JPX-JGBF-VIは、ボラティリティの指数であるため、直接的に投資することは極めて難しい。そのため、投資効果を検証するために先物を考えてみたい。本稿では、研究の進んでいる株式指数のVI(具体的には、日経平均VI)を対象とした先物のプライシングを行った石田(2012)を参考に、JPX-JGBF-VIにおいても同様の手法でJPX-JGBF-VI先物のプライシングを行った。

(ア) パラメータ推定

ボラティリティ・インデックス先物の理論価格(F_t)は、先物の一般的な理論価格計算方法(調達コストとしての金利及び保有益としての配当等を用いたキャリアーコストから計算)によって算出することは難しい。なぜならボラティリティ・インデックスが表しているボラティリティ自体が市場で取引されているわけではないためである。そのため、対象の満期時点の期待値(現時点 t のJPX-JGBF-VIの値(V_t)による条件付き期待値)を先物理論価格として考える。

$$F_t = E_t^Q[V_T] \quad (2)$$

VIX先物のプライシング(Zhang and Zhu(2006))や日経平均VIの分析(石田(2010))では、 V_t が従う確率過程として、Heston確率ボラティリティ・モデル(ボラティリティ確率変動及び長期平均への回帰傾向を捉えるモデル)を仮定し、次の式を用いている。

$$dV_t = (k\theta - (k + \lambda)V_t)dt + \delta_V \sqrt{V_t} dB_t^Q \quad (3)$$

$\{B_t^Q\}$ はリスク中立仮定の下でのブラウン運動となる確率過程、 $\theta, k, \delta_V, \lambda$ はそれぞれ分散の長期平均、平均回帰速度、分散のボラティリティ、ボラティリティ・リスクプレミアムのパラメータである。また、(3)の場合、(1)を厳密な式とすれば、次の(4)のとおりとなり、

$$\tau^{-1} E_t^Q \left[\int_t^{t+\tau} V_s ds \right] = A + BV_t, A = \frac{\varphi}{k^*} (1 - B), B = \frac{1 - e^{-k^* \tau}}{k^* \tau}, k^* := k + \lambda, \varphi := k\theta \quad (4)$$

¹ JPX-JGBF-VIの算出要領は、JPX ウェブサイトにて一般に公開されている。

<http://www.jpx.co.jp/markets/derivatives/jpx-jgb-vi/01.html>

² JPX-JGBF-VIの分布は、尖度: 5.47、歪度: 2.09。日次変化率(対数)の分布は、尖度: 22.50、歪度: 2.22。両分布とも同様の平均・標準偏差を持つ正規分布と比較し、尖っており左寄りの形状。

V_T の条件 (V_t) 付リスク中立確率密度は(5)となり、 t 時点での先物理論価格 F_t は(6)のとおりとなる。

$$f^Q(V_T|V_t) = 2cx^2(2cV_T; 2q + 2, hV_t) \quad (5)$$

$$c = \frac{2k^*}{\delta_v^2(1 - e^{-k^*(T-t)}), q = \frac{2\varphi}{\delta_v^2} - 1, h = 2ce^{-k^*(T-t)}$$

$x^2(\cdot; c_1, c_2)$ は、自由度 c_1 、非心パラメータ c_2 の非心カイ二乗分布の密度関数

$$F_t = E_t^Q(VI_T) = E_t^Q(\sqrt{A + BV_T}) = \int_0^\infty \sqrt{A + BV_T} f^Q(V_T|V_t) dV_T \quad (6)$$

また、 VI_t と V_t の確率密度関数の関係は(7)のとおりであり、 VI の日次データを利用して、最尤法により、式(8)のとおりパラメータである k^*, φ, δ_v について推定³を行った。

$$f^Q(VI_T^2|VI_t^2) = \frac{1}{B} f^Q(V_T|V_t) \quad (7)$$

$$L(k^*, \varphi, \delta_v) = \sum_{t=1}^N \ln[f^Q(VI_T^2|VI_t^2)] \quad (8)$$

算出公表されている期間 (2011年9月1日から2015年6月30日まで) の日次JPX-JGBF-VIを用いた推定結果は、 $k^* = 10.2784, \varphi = 103.0124, \delta_v = 13.7973$ であった。

(イ) 先物価格

推定したパラメータを基に月末を満期とする先物の理論価格 (第1・第2限月) を計算した。(図3) また、パラメータ推定に用いたモデルは、ボラティリティの平均回帰性を捉えたモデルであるため、満期までの期間を延ばした場合 (図4) には、当日のJPX-JGBF-VIの指数値の高低 (図4では、 $VI_0 = 2.0, 4.0, 6.0$ のケースを試算) に関わらず、満期までの期間が長くなるに従い、先物価格はボラティリティの長期平均へと収束していく。

5. 資産運用における利用可能性

JPX-JGBF-VIは国債先物のMFIVであり、その先物は、国債先物の価格急落 (金利急騰) をヘッジする機能が期待される。足元の円債市場は、日本銀行による金融緩和政策等から超低金利となっており、また、その結果として金融機関は必要な利回り確保のため、低リスク資産に代わり比較的高リスクの資産のアロケーションを増やす等のポートフォリオのリバランスを迫られたことは記憶に新しい。しかしながら、そのような流れが起こったとしても、金融機関は一定の国債を保有し続けており⁴、金利変動リスク (特にテールリスク) に対するヘッジ手段の多様化は、将来的に主要な課題となる可能性もある。以下では、先物ロールオーバー指数を算出し、国債市場のベンチマークとして一般的なNOMURA-BPI (総合) に対してヘッジ機能を有しているかどうか、簡単な検証を実施した。

³ $\theta, k, \delta_v, \lambda$ は、式中で $k^* := k + \lambda, \varphi := k\theta, \delta_v$ の形のみで利用されるため、パラメータの推定については、 k^*, φ, δ_v の3パラメータについて行うこととした。

⁴ 年金積立金管理運用独立行政法人 (GPIF) では、2014年度末時点で全資産に占める国内債券の保有比率が39.39%となっている。(GPIFホームページ: http://www.gpif.go.jp/operation/archive.html#tab_02)

(ア) JPX-JGBF-VI 先物指数

本稿 4. で計算した先物価格（第 1・第 2 限月）を用いて、2011年9月1日を 100 として 2015年6月末までの期間について、先物ロールオーバー指数（満期が常に 30 日になるよう先物を買って、毎営業日ロールオーバーし続ける指数）を算出した（図 5）。指数値は、6 月末時点で 10.91 となっており、算出開始時に比べて大幅に減衰しており、総じて大きなヘッジコストがかかっていることがわかる。しかしその一方で、日本銀行における量的・質的金融緩和が実施された 2013 年 4 月以降には、国債先物の価格が急落し、指数値が上昇している箇所を確認することができ、ヘッジとして機能する可能性を示唆している。

(イ) ベンチマークに対するヘッジ機能の検証

国債市場のベンチマークである NOMURA-BPI（総合）⁵ に JPX-JGBF-VI 先物指数を加えたポートフォリオを作成しリターンを計測⁶した（図 6 上）。また、株式と国債では異なる市場ではあるもののボラティリティの動きには一定の関係があると考えられることから、NOMURA-BPI に日経平均ボラティリティ・インデックス（以下「日経平均 VI」という。）先物指数⁷を加えたポートフォリオについてもリターンを計測⁶した（図 6 上）。結果、NOMURA-BPI に対して、JPX-JGBF-VI の先物ロールオーバー指数及び日経平均 VI 先物指数、どちらもヘッジ機能を有することが確認できた。ただし、ベンチマークである NOMURA-BPI と両指数の関係性を確認する（図 6 下）と、JPX-JGBF-VI のロールオーバー指数の場合には逆相関となるのに対して、日経平均 VI 先物指数の場合には、関係性を確認することができなかった（図 6 下）。

6. まとめと今後の課題

本稿では、研究の進んでいる株式指数のボラティリティ・インデックス先物のプライシング手法を参考に、JPX-JGBF-VI の先物のプライシングを行った。また、その結果を用いて先物指数（先物ロールオーバー指数）を算出し、国債先物価格が急落（金利が急騰）した局面のあった 2013 年について、国債のベンチマークである NOMURA-BPI に対するシミュレーションを実施し、ベンチマークの大きな下落に対してヘッジ効果があることを確認した。また、日経平均 VI においても一定のヘッジ効果が確認されたものの、日々の値動きについてベンチマークとの関係性（相関関係）は確認できなかった。2013 年は、日本銀行の量的・質的金融緩和の導入等、債券・株式問わずボラティリティが高まるような相場であったことから日経平均 VI 先物指数についても NOMURA-BPI に対するヘッジが可能であったことが考えられる。しかしながら、今後については株式市場が堅調な下での金利上昇局面の到来等、株式市場と国債市場のボラティリティの動きが連動しない場面も想定されるため、JPX-JGBF-VI を用いた国債市場のテールリスクのヘッジニーズは、今後益々高まるのではないかと考えられる。

今後の課題としては、長期間のデータを用いたパラメータ推定及び機動的・戦略的なアロケーションを用いてヘッジコストを抑えつつテールリスクをヘッジする手法等の分析・開発が挙げられる。

なお、本稿で分析に用いた JPX-JGBF-VI は、既に公表されている⁸とおり、本年後半より JPX、大阪取引所及び S&P ダウ・ジョーンズ・インデックスによって算出が開始される「S&P/JPX 日本国債 VIX 指数」にその役割を譲ることとなる。新指数が定着し、市場の利便性向上に資することを期待したい。蛇足ではあるが、筆者が S&P 社の VIX 方式に倣い独自に計算した範囲では、新指数も JPX-JGBF-VI とほぼ同様の水準、指数値の動きになっているため、本稿の意義は失われまいと考えている。

⁵ NOMURA-BPI（総合）トータルリターンを利用。日次リターンのデータは、年率換算データより筆者作成。

⁶ NOMURA-BPI に対するウェイトは JPX-JGBF-VI 先物指数・日経平均 VI 先物指数共に 4%として計算。

⁷ (株)日本経済新聞社が算出している日経平均ボラティリティ・インデックスのロールオーバー指数。

データは、日経平均プロフィールより取得。<http://indexes.nikkei.co.jp/nkave/index/profile?idx=nk225vif>

⁸ 2015年7月22日付のニュース。(JPX ウェブサイト掲載) <http://www.jpx.co.jp/news/2040/20150722-01.html>

7. 図表

図 1 : JPX-JGBF-VI 及び長期国債先物取引価格

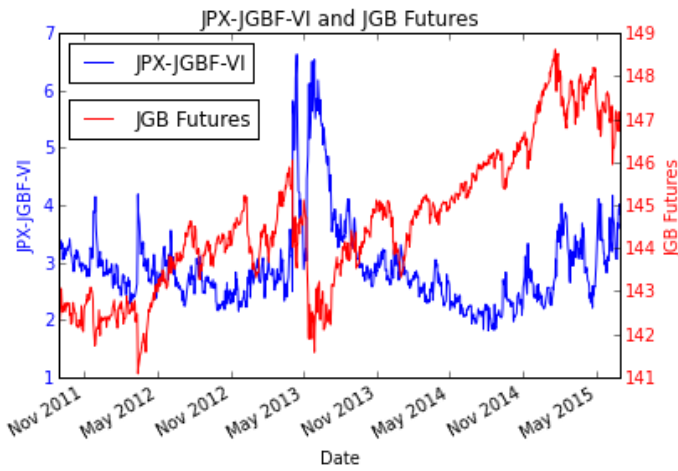


図 2 : JPX-JGBF-VI 及び日次変化率の確率分布

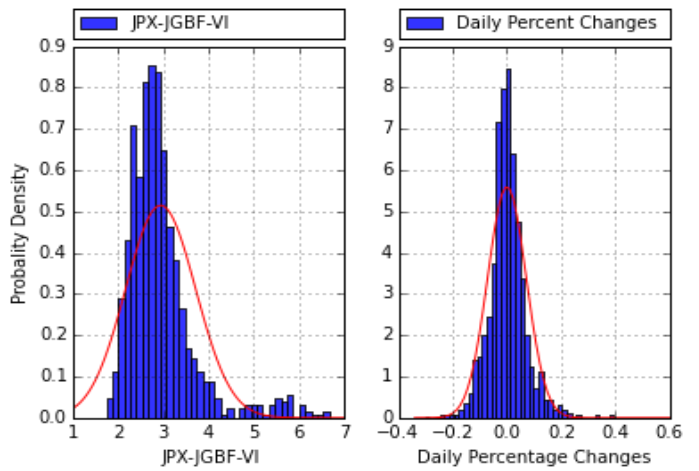


図 3 : JPX-JGBF-VI 及び先物価格推移

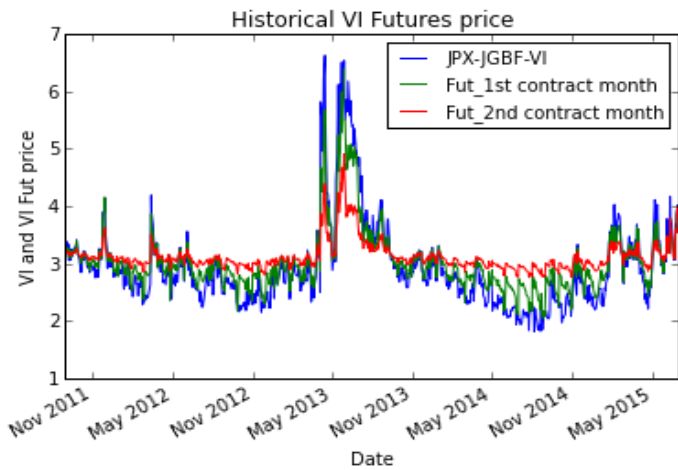


図 4 : JPX-JGBF-VI 先物の期間構造

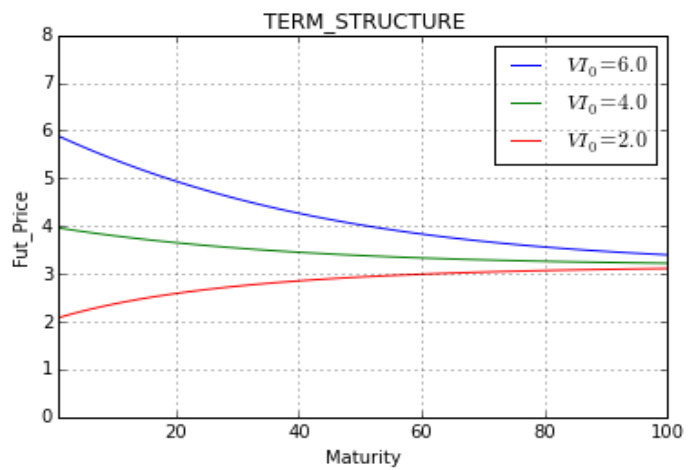


図 5 : 先物ロール指数推移

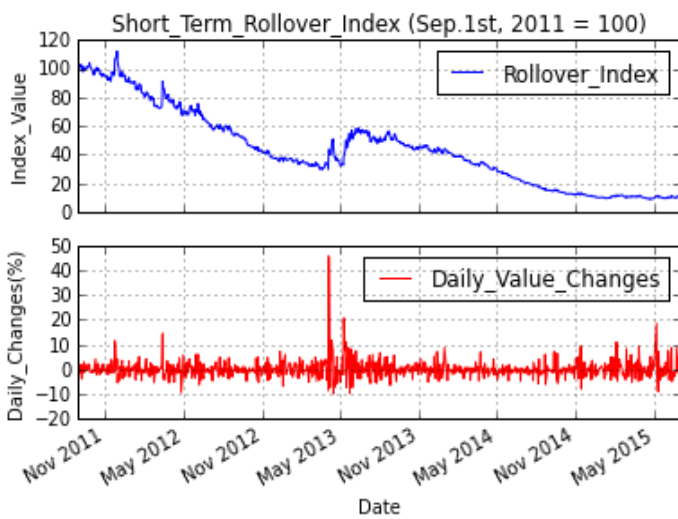
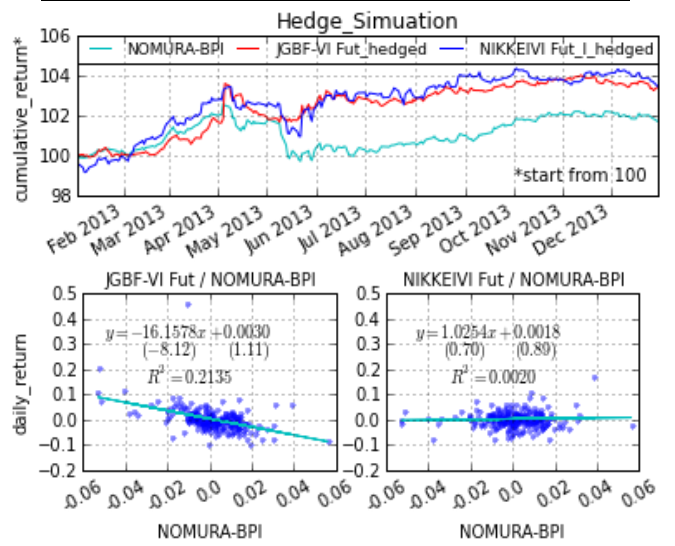


図 6 : NOMURA-BPI に対するシミュレーション



※括弧内は t 値

8. 参考文献

- (ア) 石田功 (2010) 「日本版ボラティリティ・インデックス VXJ の時系列特性」、『先物・オプションレポート』、大阪証券取引所、2010年6月号 (Vol.22 No.6)
<http://www.jpx.co.jp/derivatives/futures-options-report/archives/2010.html>
- (イ) 石田功 (2012) 「ボラティリティ・インデックス先物のプライシング」、『先物・オプションレポート』、大阪証券取引所、2012年11月号 (Vol.24 No.11)
<http://www.jpx.co.jp/derivatives/futures-options-report/archives/2012.html>
- (ウ) 大阪取引所 「JPX 国債先物ボラティリティ・インデックスの算出要領 (平成 26 年 3 月 24 日発行)」
<http://www.jpx.co.jp/markets/derivatives/jpx-jgb-vi/01.html>
- (エ) 大屋幸輔 (2009) 「日本版モデルフリー・ボラティリティ・インデックス」、『先物・オプションレポート』、大阪証券取引所、2009年10月号 (Vol.21 No.10)
<http://www.jpx.co.jp/derivatives/futures-options-report/archives/2009.html>
- (オ) CBOE 「The CBOE Volatility Index – VIX[®]」、『VIX White Paper』
<https://www.cboe.com/micro/vix/part2.aspx>
- (カ) Jin E. Zhang and Yingzi Zhu (2006) 「VIX Futures」、『The Journal of Futures Market』、Volume 26, Issue 6
- (キ) 日本経済新聞社 (2014)、「日経平均 VI 先物指数算出要領」
<http://indexes.nikkei.co.jp/nkave/index/profile?idx=nk225vifi>
- (ク) 平木一浩、福永一郎 (2012) 「最近の VIX (恐怖指数) と各国金融市場のボラティリティ指標」、『日銀レビュー』、2012年1月
http://www.boj.or.jp/research/wps_rev/rev_2012/index.htm/

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。
本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。
本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。