

日経 225 先物はジャンプしているか？

東京経済大学経営学部教授 吉田靖

1. はじめに

金融・証券市場における取引を分析する理論的枠組みは、マーケットマイクロストラクチャーの理論として進展を見せている。ここでは、高頻度データを利用した様々な実証分析も行われて、投資家行動、広い意味での市場システム等が分析され、ボラティリティの計測や流動性リスクの計測に応用されている。現実の市場システムもコンピューターアルゴリズムによる取引等が増加していると言われ、高速化や大量の処理の信頼性向上の要求によりシステムの高度化が進み、東京証券取引所においても 2015 年 9 月 24 日に株式売買システム「arrowhead」をリニューアルするなどの対応を行っている。

一方、数理ファイナンスの世界では、ブラックショールズモデルに代表されるように、株価が連続時間での確率過程に従っていると仮定し、現実のリターンの分布やオプション価格、あるいはボラティリティークラスタリングといった現象とのより精緻な整合性を求めて、ボラティリティの変動を組み込んだモデルや、ブラウン運動だけでなくジャンプも含んだ確率過程モデルの構築が進んでいる。

これら二つの動向はもちろん関係があるが、近年、これらの分野に跨がった研究も活発に行われている。本稿ではその中から、Aït-Sahalia・Jacod(2012)による米国の個別株式価格の変動の実証分析を、日経 225 先物に応用し、日経 225 先物の変動にジャンプが含まれているかどうかを検証した。Aït-Sahalia・Jacod(2012)の検証結果では、ニューヨークダウを構成している個別銘柄の挙動にはジャンプが含まれていることを示しているが、本稿の結果では日経 225 先物には、ジャンプが含まれていないことを示す結果になっている。本分析では、気配値による仲値を使用していないことや、立会時間外の価格変動を無視していることなどもあり、より厳密な議論のためにはさらに精緻な検証が必要である。

2. 計測方法

本節では、Aït-Sahalia・Jacod(2012)の表記方法などを使用してその検証方法を簡潔に紹介する。

まず、 X_t を時刻 t における証券の価格の対数値とし、一般的に次のような確率過程に従っているとするとする。

$$X_t = X_0 + \int_0^t b_s ds + \int_0^t \sigma_s dW + \int_0^t \int_{\{|x| \leq \varepsilon\}} x(\mu - \nu)(ds, dx) + \int_0^t \int_{\{|x| > \varepsilon\}} x\mu(ds, dx)$$

ここで、 X_0 は時刻 0 における証券価格の対数の初期値、第 2 項は単位時間あたり b_s で成長するドリフト項、第 3 項は連続的な確率変動で σ_s はボラティリティで dW は標準ブラウン運動である。第 4 項と第 5 項はジャンプを表し、 μ はジャンプ測度、 ν はレヴィー測度であるが、第 4 項は小さいジャンプ、第 5 項は大きいジャンプとなっている。手法としては、観測されたリターンにスペクトル分析を応用し、観測時間間隔を変動させてその分布の形

状の変化からブラウン運動およびマーケットマイクロストラクチャーによるノイズ、ジャンプのどのパートが存在するかを5つの統計量の分布により判断するものである。より具体的には第4節で結果を示すと同時に紹介する。なお、算出にはAït-Sahalia・Jacod(2012)によるMATLABコードがウェブサイト¹で公開されており、これを一部改変して使用している。MATLABはWindows上のR2015b(64bit)を用いている。

3. データ

対象とする銘柄は日経225miniである。計測には5秒単位でのリターンを用いるので日経225先物(ラージ)よりも取引の頻度が多い日経225miniを使用する。限月に関して日経225miniは満期が近い場合に毎月の限月が存在しているが、より取引量の多い3、6、9、12月限のうち最も期近のものを採用する。限月交代は、これらの銘柄のSQ前日の午前9時に行われると想定して、データをつないでいる。ティックデータは日中立会およびナイトセッションのザラバのものを対象として使用する²。本稿のその他の計測はできる限りAït-Sahalia・Jacod(2012)の計測方法と同様に行う。このため、価格は5秒内の取引の平均価格とする。取引がない場合は前値を引継ぐので、リターンは0となる。リターンは価格の対数差分により算出する。日中立会とナイトセッションに跨がるリターンは、朝方、夕方ともに算出しない。計測期間は2014年の1年間とする。参考までにこの1年間の日経平均株価の終値の推移は図1のとおりである。



¹ URLは<http://www.princeton.edu/~yacine/research> (2015年9月20日最終アクセス)

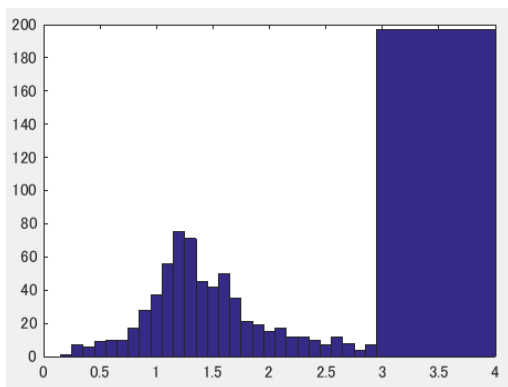
² データは大阪取引所より提供していただいた。

4. 計測結果

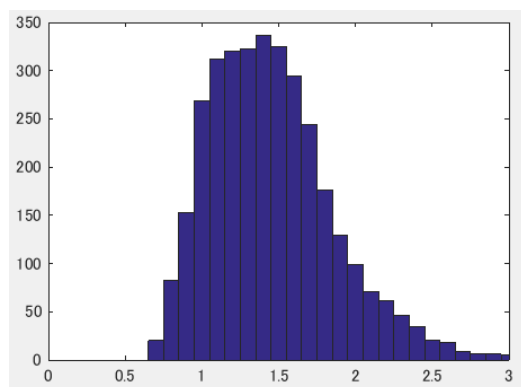
以下に、Ait-Sahalia・Jacod(2012)の方法による計測結果を示す。

図2 Ait-Sahalia・Jacod(2012)の方法による計測結果

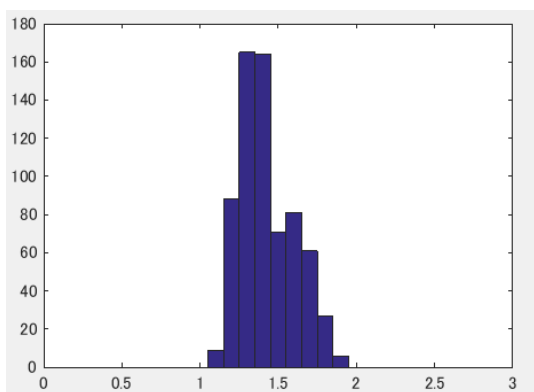
(a) SJ : ジャンプの検定



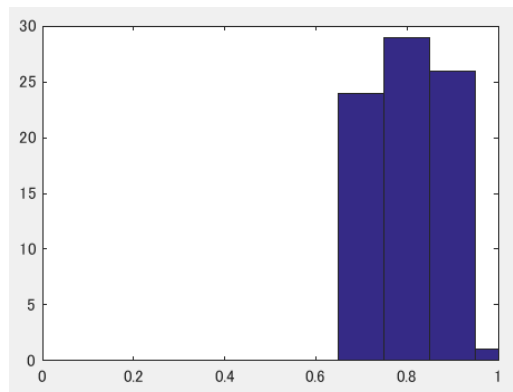
(b) SFA : 有限のジャンプの検定



(c) SW : ブラウン運動の存在の検定



(d) QVSplit



まず、図2(a)は、1未満の範囲は、ノイズがドミネートしている部分、1はジャンプの存在、1を超える部分はジャンプが存在しない部分を表している。実際の統計量はさらに4以上の部分にも多く分布しており、日経225miniにはジャンプがほとんど存在しないという結果になる。ただし、実際のリターンには0となるものが多いことと、日経225miniの場合、ほとんどが5円の幅での価格の動きになっていることが現れているものと考えられ、立会時間外などの効果も含まれていないことに注意する必要がある。

次に、図2(b)はジャンプの大小を示すもので、1未満は無限のジャンプ、1超は有限のジャンプを示している。この図はほぼAit-Sahalia・Jacod(2012)と同様になっている。

さらに、図2(c)はブラウン運動の存在を示すもので、1未満はブラウン運動が存在しない部分であり、1から2まではブラウン運動の存在を示し、2以上はノイズがドミネートしていることを示している。この図に関しても、ほぼ1から2の値となっており、ブラウン運動が存在していることを示すものとなっている。

最後の図2(d)はQVSplitという統計量であるが、これは0に近い領域は、純粋なジャンプからなっていると考えられることを示し、逆に1に近い部分は純粋なブラウン運動であ

ることを示す。Aït-Sahalia・Jacod(2012)は、0に近い純粋なジャンプの部分もある程度存在するが、日経 225mini では、純粋なジャンプの部分はほとんどなく、純粋なブラウン運動がほとんどを占めている。

なお、図にはしていないが、Aït-Sahalia・Jacod(2012)の β 統計量も算出した結果、2から5弱の範囲で分布している。この統計量も0に近い領域は複合ポアソン分布で、変動が余り活発とは言えない部分、値が大きい部分はブラウン運動となっている部分であり、価格変動が連続的に活発であることを示すものである。前述の計測結果と同様にブラウン運動の存在を示すものとなっている。

以上の分析は、ナイトセッションも含めたザラバ中の変動を対象としているが、日中立会のみを対象とした算出も行ったが、ほぼ同様の結果であった。

5. おわりに

本稿の分析は、Aït-Sahalia・Jacod(2012)の方法にできるだけ従って、日経 225 先物の変動にジャンプがあるかどうかを検証した結果、ほとんどはブラウン運動を占めており、ジャンプの部分は、小さいジャンプを含めてもほとんどないという結果になった。しかしこの結果は、ザラバ中の変動のみを対象としており、立会時間外は対象外となっている。実際に取引が行われていない部分の確率過程をどう認識するかは難しい問題であるが、ナイトセッションの有無にかかわらず、同様な結果であった。また、日経 225 先物の原資産は 225 銘柄のポートフォリオであり、個別銘柄でジャンプしていても、指数としてはジャンプの部分は小さくなることも考えられる。加えて、今回はデータが入手できなかったため気配値から算出された仲値による分析を行っていないが、このデータを用いると Aït-Sahalia・Jacod(2012)でも約定データとはやや異なる結果もあり、仲値の使用も今後の課題である。

さらに、本稿の分析とは全く異なる手法である Chan・Maheu(2002)の方法を日次の分析に適用した場合、期間によってはジャンプの存在を示す結果も得られており、厳密な議論のためにはさらなる検証が必要である。また、日経 225 オプションには他のオプション市場と同様にスマイル効果が観測されており、もしジャンプが存在しない場合は、スマイル効果の説明要因に関する議論もすべきであろう。

参考文献

- Aït-Sahalia, Yacine and Jean Jacod(2012), Analyzing the Spectrum of Asset Returns: Jump and Volatility Components in High Frequency Data, *Journal of Economic Literature* 50, 1007-1050.
- Chan, Wing H and John M Maheu (2002), Conditional Jump Dynamics in Stock Market Returns, *Journal of Business & Economic Statistics* 20, 3, 377-389.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。