日経 225 先物のブル・ベア相場の分析

日本大学経済学部教授　三井秀俊

1. はじめに

近年, 特に相場の変動局面において先物市場の動向に投資家の注目が集まることが多いことから, 本稿では日経 225 先物のブル相場・ベア相場の分析を行なう. 分析モデルとして, MS-ARMA-GARCH (Markov-switching Autoregressive moving average GARCH) モデルを利用した. 実証分析の結果として, 日経 225 先物には統計的に有意にブル相場とベア相場があることがわかった. 期待収益率が高くボラティリティが低い状態のブル相場と期待収益率が低くボラティリティが高い状態のベア相場を捉えることができた. また, 日経 225 先物のブル・ベア相場の分析に関して, MS-ARMA-GARCH モデルを用いることは有効であることが明らかとなった.

2. 分析モデル

ここでは, Haas *et al.* (2004) の MS-GARCH モデルを基にした MS-ARMA-GARCH モデルに関して説明する. ARMA と GARCH の次数選択は, ARMA(1,1)-GARCH(1,1) とし, MS-ARMA(1,1)-GARCH(1,1) モデルを考える. t 時点の日経 225 先物価格の収益率を R_t とするとき, 収益率 R_t の過程とボラティリティ σ^2 の過程を以下のようにおく.

$$R_t = \mu(s_t) + \phi R_{t-1} + \epsilon(s_t) + \psi\epsilon_{t-1}, \tag{1}$$

$$\epsilon_t(s_t) = \sigma(s_t)z_t,\ z_t \sim i.i.d., E[z_t] = 0,\ Var[z_t] = 1, \tag{2}$$

$$\sigma^2(s_t) = \omega(s_t) + \alpha(s_t)\epsilon^2_{t-1}(s_t) + \beta(s_t)\sigma^2_{t-1}(s_t). \tag{3}$$

ここで, $\mu(s_t)$ は定数項, z_t は誤差項であり収益率に自己相関は無いと仮定する. $i.i.d.$ は, 過去と独立で同一な分布 (independent and identically distributed) を表す. $E[\cdot]$ は期待値, $Var[\cdot]$ は分散を各々表す. また, 定数項 μ とボラティリティ σ は確率変数 s_t に従って同時にスイッチングしていると仮定する. ボラティリティの非負性を保証するため $\omega(s_t)$, $\alpha(s_t)$, $\beta(s_t) > 0$ であると仮定する. Markov-switching モデルでは, 観測されない確率変数 s_t はマルコフ過程に従い, 以下の推移確率により定義される.

$$p_{i|j} = Pr[s_{t+1} = i|s_t = j],\ i, j = 0, 1. \tag{4}$$

ここで, $Pr[s_{t+1} = i|s_t = j]$ は状態 j から状態 i 推移する確率を表す. ただし, 今期の状態 j から次期の状態 i へ推移する確率は, 以下のように今期の状態のみに依存する[1)] .

$$Pr[s_{t+1} = i|s_t = j, s_{t-1}, s_{t-2,\ldots}] = p_{i|j} = Pr[s_{t+1} = i|s_t = j]. \tag{5}$$

ここで,

$$\sum_{i=0}^{1} p_{i|j} = 1,\ j = 0, 1. \tag{6}$$

[1)] $p_{ji} = Pr[s_{t+1} = i|s_t = j]$ と表記される場合もある.

表 1: 日経 225 先物収益率 R_t (%) の基本統計量

標本期間：2000/1/5 – 2013/9/30

標本数	平均	標準偏差	歪度	尖度	最大	最小	正規性検定
3,376	−0.008	1.643	−0.316	14.360	18.812	−14.003	3847.5**

∗ は有意水準 1 % で有意であることを示す.

となる. このとき, s_t の推移確率行列 (transition matrix) $\mathbf{P}$ は,

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{0|0} & p_{0|1} \\ p_{1|0} & p_{1|1} \end{pmatrix} \tag{7}$$

となる. ただし, $0 \leq p_{0|0},\ p_{1|1} \leq 1$ である.

本稿では, $s_t = 0$ のときブル相場と考え, $s_t = 1$ のときベア相場と考えることにする. したがって, $p_{1|0}$ はブル相場からベア相場への推移確率を表し, $p_{0|1}$ は, ベア相場からブル相場への推移確率を表す. また, $p_{0|0},\ p_{1|1}$ は, 各々, ブル相場が持続する推移確率, ベア相場が持続する推移確率を表す. また, $\mu(0) > \mu(1)$ という制約をおく[2)]. 実証分析を行なう際には誤差項の分布は, 以下のように標準正規分布に従うと仮定する.

$$z_t \sim i.i.d.N\,(0,1)\,. \tag{8}$$

このとき, 推定されるパラメータは, $\{\mu(0),\ \mu(1),\ \phi,\ \psi,\ \omega(0),\ \omega(1),\ \alpha(0),\ \alpha(1),\ \beta(0),\ \beta(1),\ p_{0|0},\ p_{1|1}\}$ となる. パラメータの推定に関しては, 最尤法を用いて行なう.

3. 実証分析

3.1 データ

本稿では, データとして大阪証券取引所 (現・大阪取引所) で取引されている日経 225 先物の期近物を使用する. 9：00 – 15:15 に取引される日経 225 先物を研究対象とし, 16：30 – 翌日 3:00 のナイト・セッションに関しては研究対象としない[3)]. データは, 日経 NEEDS-FinancialQuest からデータを取得した. サンプル期間は, 2000 年 1 月 4 日から 2013 年 9 月 30 日までである (図 1 を参照). 収益率は, 各々の先物取引終値の変化率 (%) として計算した (図 2 を参照). 標本期間は, 2000 年 1 月 5 日から 2013 年 9 月 30 日までであり, 標本数は 3,376 である.

データの基本統計量として, 平均, 標準偏差, 歪度, 尖度, 最大値, 最小値, 正規性の検定統計量[4)]が表 1 に纏められている. 日経 225 先物の収益率に関しては, 尖度の値がは 3 を超えていることから, また, 正規性検定が有意なことから, 日経 225 先物の収益率の分布は正規分布よりも裾が厚いことがわかる. 日経 225 先物の収益率のヒストグラム・密度関数は, 図 3 に描かれている. ここでは, 密度関数と正規近似が重ねて描かれている. $N(s = 1.643)$ は, 表 1 より正規近似が平均 -0.008, 分散が 1.643^2 の正規分布 $N(-0.008, 1.643^2)$ に従うことを表している.

[2)]資産価格データによっては, $\mu(0) > 0,\ \mu(1) < 0$ に必ずしもなるわけではない.

[3)]本研究では, (CME (Chicago Mercantile Exchange) や SGX-DT (Singapore Exchange Derivatives Trading Limited) で取引されている日経 225 先物も対象外とする.

[4)]収益率分布の正規性検定を行なう際に, 歪度と尖度を用いる Jarque-Bera の方法を利用した.

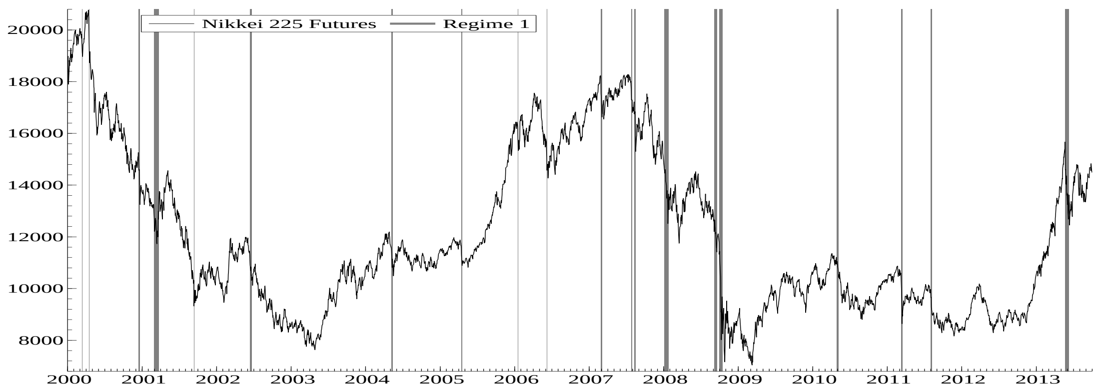

図 1: 日経 225 先物価格とベア局面 (2000/1/4 – 2013/9/30)

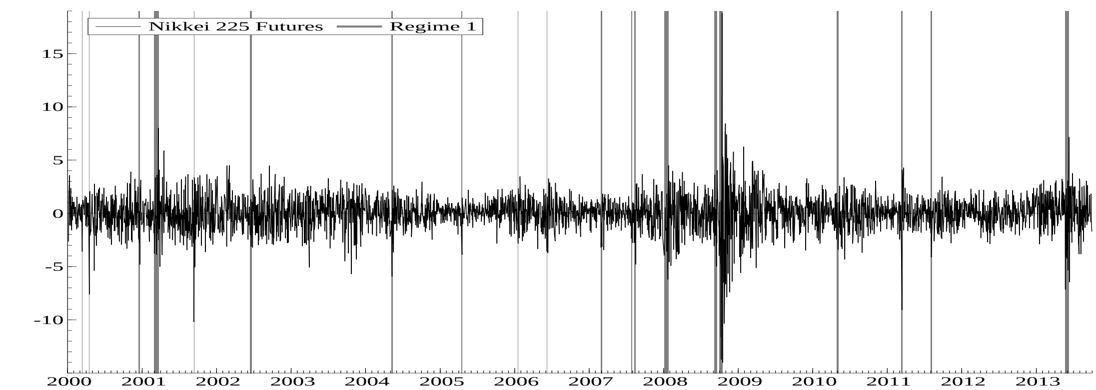

図 2: 日経 225 先物日次収益率とベア局面 (2000/1/5 – 2013/9/30)

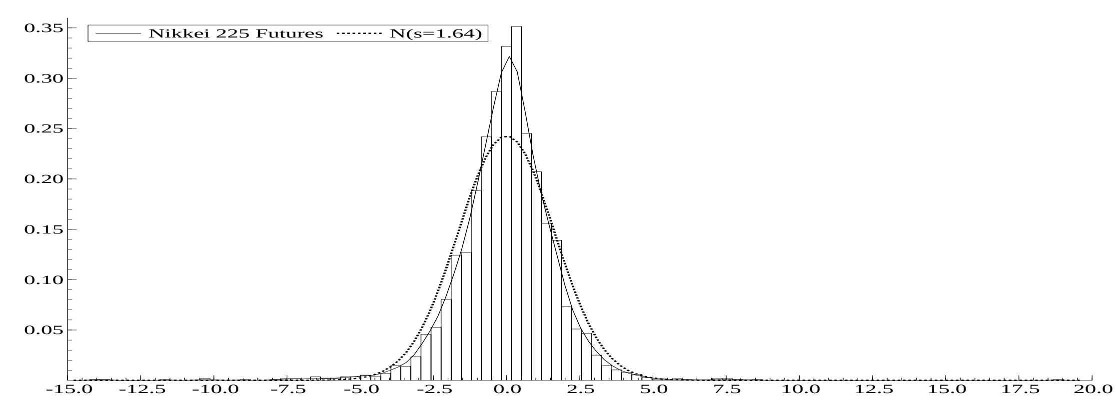

図 3: ヒストグラムと密度関数 (2000/1/5 – 2013/9/30)

表 2: MS-ARMA(1,1)-GARCH(1,1) モデルの推定結果

$$R_t = \mu(s_t) + \phi R_{t-1} + \epsilon(s_t) + \psi\epsilon_{t-1},$$
$$\epsilon_t(s_t) = \sigma(s_t)z_t,\ z_t \sim i.i.d.N(0,1),$$
$$\sigma^2(s_t) = \omega(s_t) + \alpha(s_t)\epsilon_{t-1}^2(s_t) + \beta(s_t)\sigma_{t-1}^2(s_t).$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{0|0} & p_{0|1} \\ p_{1|0} & p_{1|1} \end{pmatrix}.$$

	$\mu(0)$	$\mu(1)$	ϕ	ψ	$\omega(0)$	$\omega(1)$	$\alpha(0)$	$\alpha(1)$
推定値	0.134*	−1.182*	0.385*	−0.418*	0.136*	0.289*	0.046*	0.215*
標準誤差	(0.066)	(0.279)	(0.172)	(0.171)	(0.024)	(0.073)	(0.012)	(0.089)

	$\beta(0)$	$\beta(1)$	$p_{0\|0}$	$p_{1\|1}$	$-\ln L$	$Q(20)$	$Q^2(20)$
推定値	0.935*	0.878*	0.983*	0.802*	−5893.54	9.609	46.113
標準誤差	(0.007)	(0.013)	(0.051)	(0.112)			

$*$ は有意水準 5 % で有意であることを示す.

3.2 実証結果

表 2 には，日経 225 先物の推定結果を示した．$\mu(0)$，$\mu(1)$ の推定値は, 各々, 0.134，−1.182 であり, 統計的に有意な推定結果が得られている．ブル相場を示す $\mu(0)$ はプラスとなり, ベア相場を示す $\mu(1)$ はマイナスとなった．したがって, 状態変数 s_t が $s_t = 0$ のとき日経 225 先物はブル相場であり, $s_t = 1$ のとき日経 225 先物はベア相場であることが確認された．$\omega(0)$，$\omega(1)$ の推定値は, 各々, 0.136，0.289 であり, 統計的に有意な推定結果が得られている．$\omega(0) < \omega(1)$ となることから, ベア相場の方がブル相場よりもボラティリティの値が大きいことがわかる．s_t の推移確率 $p_{0|0}$，$p_{1|1}$ の推定値はそれぞれ 0.983，0.802 であり，統計的に有意な推定結果となった．$p_{0|0}$ は, 非常に 1 に近いので一度ブルにスイッチングを起こすと，その状態が長く続くことを示唆している．$p_{0|0} > p_{1|1}$ であることから, ベア相場はブル相場ほど長くは続かないことがわかる．また, 平均 μ とボラティリティ σ は状態変数 s_t に従って同時にスイッチングしているため, 一度ロー・ボラティリティにスイッチングするとその状態が長く続くが，ハイ・ボラティリティの状態はあまり長く続かないことが分かる． $Q(20)$ と $Q^2(20)$ は, 各々20 次までの基準化した残差 $(\hat{\epsilon}\hat{\sigma}^{-1})$ とその 2 乗の Ljung - Box の Q 統計量を表している．ここでは, 漸近的に自由度 20 の χ^2 分布に従う．MS-ARMA(1,1)-GARCH(1,1) モデルに関して統計的に有意な推定値が得られていない. $Q(20)$ と $Q^2(20)$ の値に対して, 帰無仮説は 10%有意水準でも棄却することはできない．ここから, MS-ARMA(1,1)-GARCH(1,1) モデルは, 日経 225 先物のボラティリティの自己相関を捉えていることがわかる．また, 図 1・図 2 の影部は, 日経 225 先物のベア局面を表している．特に, 図 1 のグラフから, 急落局面を上手く捉えていることがわかる.

4. まとめ

本稿は, MS-ARMA(1,1)-GARCH(1,1) モデルを用いて日経 225 先物に関してトレンド分析を行なったものである. 日経 225 先物のデータを用いてブル相場とベア相場に焦点を当て実証的な検証を行なった. 実証分析の結果として, 日経 225 先物には統計的に有意にブル相場とベア相場があることがわかった. すなわち, 期待収益率が高くボラティリティが低い状態のブル相場と期待収益率が低くボラティリティが高い状態のベア相場を捉えることができた. また, 日経 225 先物のブル・ベア相場の分析に関して, MS-ARMA-GARCH モデルを用いることは有効であることがわかった.

今後の課題としては, 本稿ではボラティリティの変動を GARCH モデルを用いて定式化したが, Henry (2009) は EGARCH (Exponential GARCH) モデルを利用した MS-EGARCH モデルを提案しているので5) , MS-ARMA-EGARCH モデルによる分析を行なうことが考えられる. Maheu *et al.* (2012) では, トレンドの識別をブル相場とベア相場の 2 つの局面だけでなく, トレンドをベア局面, 反発局面 (bear market rally), ブル局面, 調整局面 (bear market correction) の 4 局面に分解する 4 状態 Markov-switching モデルを提案している6) . そのためトレンドを細かく分けて分析することも重要である. 本稿では日次データを用いたためにブル相場の期間がとても長くなる実証結果となってしまったが, 週次データや月次データを用いた場合にはそのような問題は回避できると思われる. 更に, 日経 225 先物のナイト・セッションを含めて分析を行なうことが必要であると考える.

参考文献

[1] 里吉清隆・三井秀俊 (2011),「日経平均株価のブル・ベア相場の分析 —マルコフ・スイッチング EGARCH モデルの応用—」, 大阪証券取引所 『先物・オプションレポート』, Vol.23, No.11, pp.1–5. <http://www.ose.or.jp/f/research_reports/396/reports/rerk1111.pdf>.

[2] 里吉清隆・三井秀俊 (2013), 「調整局面・反発局面を含めた日経平均株価のトレンド識別」, 大阪証券取引所 『先物・オプションレポート』, Vol.25, No.3, pp. 1–5. <http://www.ose.or.jp/f/research_reports/624/reports/rerk1303.pdf>.

[3] Haas, M., S. Mittnik and M. S. Paolella (2004), "Mixed Normal Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Financial Econometrics*, 2, pp. 211–250.

[4] Henry, O. T. (2009), "Regime Switching in the Relationship between Equity Returns and Short-Term Interest Rates in the UK," *The Journal of Banking & Finance*, 33, pp. 405–414.

[5] Maheu, J. M., T. H. McCurdy and Y. Song (2012), "Components of Bull and Bear Markets: Bull Corrections and Bear Rallies," *Journal of Business & Economic Statistics*, 30, pp. 391–403.

5) 里吉・三井 (2011) では, MS-EGARCH モデルを用いて日経平均のブル・ベア相場の分析を行なっている.
6) 里吉・三井 (2013) では, Maheu *et al.* (2012) に従い, 4 状態 Markov-switching モデル用いて日経平均のトレンド分析を行なっている.