

中国株価指数先物のボラティリティ・ジャンプ

対外経済貿易大学 西村友作

九州産業大学 船岡健太

1. はじめに

中国において株価指数先物の取引が正式に開始されたのは2010年4月16日で、上海・深圳300指数(CSI300指数)を原資産とするCSI300指数先物が中国金融先物取引所に上場している¹。金融規制が厳しい中国においては、株価指数先物の取引についても当然さまざまな制限が設けられており、個人投資家の参入が大幅に制限され、機関投資家向けの市場となっている。このように中国の先物市場は先進国の先物市場とは異なる投資家で構成されており、その価格形成メカニズムやマーケット・マイクロストラクチャーなども異なると考えられる。

実際の金融取引において、資産価格は往々にして非連続的であり、短い時間でそのボラティリティが大きく高まる場合がある。Andersen *et al.* (2007)は、1990年1月から2002年12月までのS&P500指数先物を対象に、このようなボラティリティのジャンプ現象を分析している²。本稿では、CSI300指数先物の高頻度データを用いてジャンプを計算し、Andersen *et al.* (2007)の分析結果と比較をおこなう。

2. ボラティリティ・ジャンプの計算方法

本稿では、Barndorff-Nielsen and Shephard (2004)やAndersen *et al.* (2007)にしたがい、高頻度データを用いてボラティリティのジャンプを計算する。具体的にジャンプは、資産価格が拡散過程にしたがっていると仮定して計算されるRealized Volatility (RV)と、ジャンプ型拡散過程にしたがっていると仮定して計算されるBipower Variation (BV)の差と定義される。

第 t 日のRVは、日中リターンの二乗値を1日にわたって足し合わせた

$$RV_t = \sum_{i=1}^n r_{t(i)}^2 \quad (1)$$

と定義され、日中リターンの観測数 n が十分に大きければ、 RV_t は一定の条件の下で真のボラティリティの精度の高い一致推定量となることが証明されている(たとえば、Andersen *et al.* 2001など)。

一方で、ジャンプ拡散過程の下での真のボラティリティ推定量の推定量として、Huang and Tauchen (2005)は次のBVを提案している³。

¹ 中国株価指数先物の概要は西村・船岡(2015)を参照。

² S&P500指数先物の他にも、ドル・ドイツマルク為替レート、30年物米国債も対象に分析している。

³ BVを最初に提案したBarndorff-Nielsen and Shephard (2004)では $BV_t = \mu_t^{-2} \sum_{i=3}^n |r_{t(i)}| |r_{t(i-2)}|$ と定義している。しかし、Huang and Tauchen (2005)はマーケット・マイクロストラクチャー・ノイズが存在する場合、その影響を受けるため、その影響を取り除くために(2)式を提案している。本稿ではBarndorff-Nielsen and Shephard (2004)のBVを用いた推定も行ったが、結果に大きな変化はなかった。

$$BV_t = \mu_1^{-2}(1-2n^{-1})^{-1} \sum_{i=3}^n |r_{(i)}| |r_{(i-2)}| \quad (2)$$

ここで $\mu_1 = (2/\pi)^{1/2}$ である。

もし第 t 日においてボラティリティにジャンプが発生した場合、(1)式から計算される RV にはジャンプが含まれるが、(2)式の BV には含まれない。したがって、その差 ($RV_t - BV_t$) が第 t 日におけるジャンプとなる。しかし、実際の計算では負の値をとることがあるので、Barndorff - Nielsen and Shephard (2004)はジャンプを

$$J_t = \max [RV_t - BV_t, 0] \quad (3)$$

として推定することを提案している。

しかし、 J_t の値が極めて小さい場合、(3)式で計算されるジャンプは測定誤差である可能性も否定できない。したがって、より厳密にジャンプを推定するためには、 J_t の値が 0 から有意に乖離しているか否かの有意性検定が必要となる。これを検定するために、Barndorff-Nielsen and Shephard (2004)は以下の統計量を提案している。

$$Z_t = \frac{(RV_t - BV_t) / RV_t}{\sqrt{[(\mu_1^{-4} + 2\mu_1^{-2} - 5) \max\{1, TQ_t, BV_t^2\} / n]}} \quad (4)$$

ここで、 TQ は Realized Tri-power Quarticity であり、以下のように定義される⁴。

$$TQ_t = n\mu_{4/3}^{-3}(1-4n^{-1})^{-1} \sum_{j=5}^n |r_{(j)}|^{4/3} |r_{(j-2)}|^{4/3} |r_{(j-4)}|^{4/3} \quad (5)$$

ここで、 $\mu_{4/3} = 2^{2/3} \Gamma(7/6) \Gamma(1/2)^{-1}$ であり、 $\Gamma(\square)$ はガンマ関数をあらわす。統計量 Z_t を用いて、 $H_0: RV_t - BV_t = 0$ (ジャンプ発生なし)、 $H_1: RV_t - BV_t > 0$ (ジャンプ発生) の仮説検定をおこなうことができる。帰無仮説が正しければ、 Z_t は漸近的に標準正規分布にしたがう。このため、有意水準 $1-\alpha$ の下で発生する t 日のジャンプを以下のように定義する。

$$J_{t,\alpha} \equiv I(Z_t > \Phi_\alpha) \times (RV_t - BV_t) \quad (6)$$

ここで、 $I(\square)$ は指示関数であり、 \square の条件を満たす場合 1、そうでない場合 0 となる。また、 Φ_α は標準正規分布の分布関数の値となる分位点である。したがって、 $J_{t,\alpha}$ は帰無仮説が棄却されれば、(3)式の J_t となり、棄却されなければ 0 となる。

3. データ

本稿では、中国で株価指数先物がスタートした 2010 年 4 月 16 日から 2012 年 3 月 29 日における、CSI300 先物指数を対象に分析をおこなう。この期間に観測できる取引日数は 475 日となっている。RV や BV の計算で用いられる日中リターンは、マーケット・マイクロス

⁴ Barndorff-Nielsen and Shephard (2004)が提案する TQ は

$$TQ_t = n\mu_{4/3}^{-3} \sum_{j=3}^n |r_{(j)}|^{4/3} |r_{(j-4)}|^{4/3} |r_{(j-2)}|^{4/3}$$

であるが、ここでもマーケット・マイクロストラクチャー・ノイズを考慮して、Huang and Tauchen (2005)が提案する修正 TQ を用いた。

トラクチャー・ノイズを考慮し、Andersen *et. al.* (2007)にしたがって5分間リターン（5分毎の指数の対数階差を100倍することによって算出）を用いる⁵。先物市場の立会時間は前場9:15～11:30、後場13:00～15:15の計4時間半で、一日に観測できるデータは56個となっており、サンプル総数は26,600個である。なお、分析の対象となる株価指数はFoxTrader提供のデータを使用している。

4. CSI300先物指数ジャンプ系列の特徴

Andersen *et. al.* (2007)にしたがい、 $\alpha=0.5, 0.95, 0.99, 0.999, 0.9999$ と複数の有意水準のもとで、ジャンプ $J_{t,\alpha}$ が有意に発生した日の割合を計算した⁶。CSI300先物指数の $J_{t,\alpha}$ 系列の計算結果は表1に示されている。

表中の「発生比率」は、有意水準 $1-\alpha$ の下で、ジャンプが有意に発生した日数の全サンプル数に占める割合である。 $\alpha=0.999$ を例に挙げると、ジャンプが有意に生じたのは102日で、その比率は21.47%となっている。これは、0.1%の有意水準の下では、CSI300先物指数はおよそ5日に一度ジャンプが観測されることを表している。これとは対照的に、S&P 500先物指数は13日に一度の発生頻度である（0.076%）。つまり、CSI300先物指数はS&P 500先物指数よりも、より頻繁にジャンプが発生していることになる。

次にジャンプの大きさを考察する。ここでも $\alpha=0.999$ を例にみると、CSI300先物指数のジャンプの平均値は0.290となっている。これは、S&P 500先物指数の0.095よりも約3倍も大きい。

つまり、CSI300先物指数はS&P 500先物指数と比較して、より頻繁にジャンプが発生しており、その大きさもより大きいことが確認された。

表1 CSI300先物指数の $J_{t,\alpha}$ 系列

α	0.5000	0.9500	0.9900	0.9990	0.9999
発生比率	0.8905	0.5263	0.3474	0.2147	0.1242
平均	0.5225	0.4660	0.3796	0.2898	0.1999
標準偏差	0.8522	0.8752	0.8760	0.8416	0.7486

(注)「発生比率」はジャンプが有意に発生した日数の全サンプル数に占める割合。 $1-\alpha$ は有意水準。

図1左図は、日次の終値（点線）とRV（実線）をプロットしたものである。この二つを比較してみると、CSI300先物指数は下落局面のときに、RVが高まっている。つまり、価格が上がった日の翌日より下がった日の翌日の方がよりボラティリティが上昇するという

⁵ 一日における観測頻度が高いほど、このマーケット・マイクロストラクチャー・ノイズがRVに占めるウェイトが高まり、真のボラティリティとの乖離が生じてしまうことが、Ait-Sahalia *et. al.* (2005)などで報告されている。したがって、実際に高頻度データを使用しRVを計算する際、マーケット・マイクロストラクチャー・ノイズの影響を限定しつつ、サンプルを最大限に活かす頻度を探す必要がある。

⁶ $\alpha=0.5$ のときに、 $J_{t,\alpha}$ は(3)式で計算される J_t と一致する。

ボラティリティ変動の非対称性がみてとれる。資産価格のボラティリティがいったん上昇（低下）し、その後の一定期間ボラティリティの高い（低い）状態が続く現象はボラティリティ・クラスタリングと呼ばれている。図1左図より CSI300 先物指数の RV においてもこのような現象が観測できる。

図1右図には、(3)式から計算されるジャンプ J_t （点線）と $\alpha=0.999$ の下で計算されるジャンプ $J_{t,\alpha}$ （実線）が示されている。左図と合わせてみると、CSI300 先物指数が下落傾向にあるときに大きなジャンプが発生していることがわかる。また、ジャンプにおいてもクラスタリング現象がみてとれる。

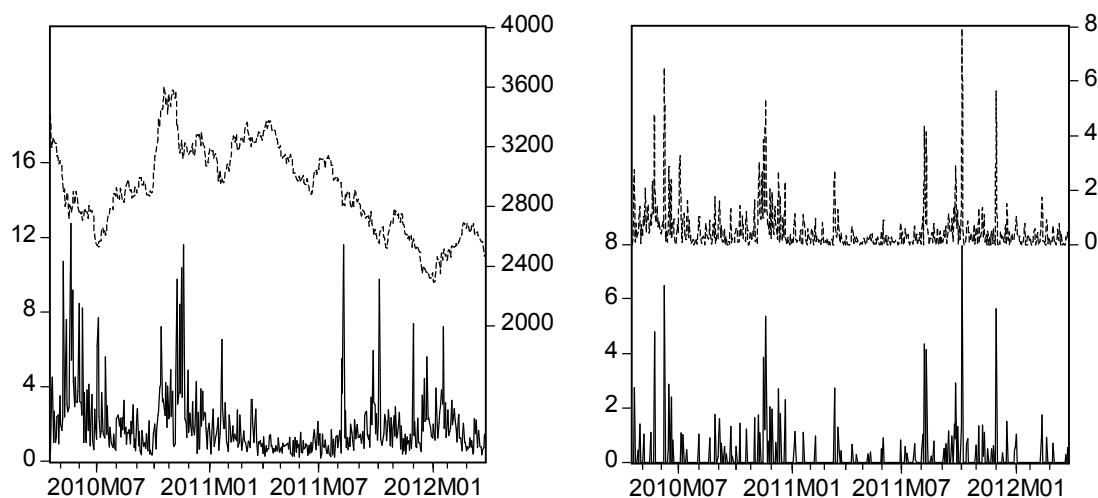


図1 CSI300 先物指数の終値，RV およびジャンプ

(注) 左図中の点線は日次終値（右目盛り），実線はRV（左目盛り）。右図中の点線は J_t 系列（右目盛り），実線は $\alpha=0.999$ でのジャンプ $J_{t,\alpha}$ 系列。

5. HAR モデルの推定

5.1 HAR-RV-J モデルと HAR-RV-CJ モデル

Andersen *et al.* (2007)では、HAR-RV (Heterogeneous Autoregressive-RV) モデルにジャンプ項 J_t を加えた以下の HAR-RV-J モデルを推定している。

$$RV_{t,t+h} = c + \beta^{(d)}RV_t + \beta^{(w)}RV_{t-5,t} + \beta^{(m)}RV_{t-22,t} + \beta^{(j)}J_t + \varepsilon_{t,t+h} \quad (7)$$

ここで、 $RV_{t-5,t}$ は t 日における過去一週間（5日）の平均RV、 $RV_{t-22,t}$ は過去一か月（22日）の平均RVである。被説明変数 $RV_{t,t+h}$ は $t+1$ 日から先行き h 日間にわたるRVの平均値で、Andersen *et al.* (2007)では $h=1,5,22$ を推定しており、本稿でもそれにしたがった。

Andersen *et al.* (2007)はさらに、ジャンプが発生した時はジャンプを含まないBVを、ジャンプが発生した時はRVの値をとる

$$C_{t,\alpha} = I(Z_t \leq \Phi_\alpha)RV + I(Z_t > \Phi_\alpha)BV_t \quad (8)$$

という変数を考案し、(7)式を以下の HAR-RV-CJ へと拡張している。

$$RV_{t,t+h} = c + \beta^{(cd)} C_{t,\alpha} + \beta^{(cw)} C_{t-5,t,\alpha} + \beta^{(cm)} C_{t-22,t,\alpha} + \beta^{(jd)} J_{t,\alpha} + \beta^{(jw)} J_{t-5,t,\alpha} + \beta^{(jm)} J_{t-22,t,\alpha} + \varepsilon_{t,t+h} \quad (9)$$

なお、次節の実証分析では、(7)式と(9)式の変数 RV_t 、 C_t 、 J_t は全て対数変換して推定をおこなう⁷。

5.2 推定結果

HAR-RV-J モデルの推定結果は表 2 に示されている。全てのモデルにおいて、ほぼ全てのパラメータ $\beta^{(d)}$ 、 $\beta^{(w)}$ 、 $\beta^{(m)}$ は 5%水準で有意に正の値をとっている。これは一定先のボラティリティを予測する上において、日次、周次および月次の RV に有用な情報が含まれていることを示唆している。

我々が注目するパラメータ $\beta^{(j)}$ は全て統計的に有意な結果が得られていない。Andersen *et al.* (2007) の分析では、パラメータは全て有意に負の値をとっており、本稿では異なる結果を得た。

表 2 HAR-RV-J モデルの推定結果

h	c	$\beta^{(d)}$	$\beta^{(w)}$	$\beta^{(m)}$	$\beta^{(j)}$	R^2
1	-0.018 (0.057)	0.151** (0.065)	0.454*** (0.119)	0.270** (0.117)	-0.178 (0.130)	0.318
5	0.108* (0.064)	0.130*** (0.048)	0.329*** (0.109)	0.309** (0.135)	-0.068 (0.085)	0.467
22	0.248*** (0.071)	0.084 (0.052)	0.209** (0.104)	0.271** (0.119)	-0.082 (0.086)	0.360

(注) ***, **はそれぞれ 1%, 5%水準で有意であることを意味する。括弧内の数値は Newey-West の修正標準誤差を表す。 R^2 は自由度修正済み決定係数。

表 3 には HAR-RV-CJ モデルの推定結果が示されている。ここでは Andersen *et al.* (2007) にしたがって $\alpha=0.999$ とした。

$C_{t,\alpha}$ のパラメータの多くが 5%水準で有意に正の値をとっており、とりわけ $\beta^{(cw)}$ は全てのモデルで有意な結果が得られている。 $C_{t,\alpha}$ はジャンプを含まないボラティリティであり、過去一週間の平均的なボラティリティが、ジャンプを含む RV に対してより強く影響するものと解釈される。一方で、ほとんどすべての $J_{t,\alpha}$ のパラメータは統計的に有意な結果が得られていない。この結果は、Andersen *et al.* (2007) と整合的であり、有意に発生したジャンプそのものは RV には影響を及ぼさないことを示唆している。

⁷ Andersen *et al.* (2007) では、原系列 RV_t 、対数系列 $\ln RV_t$ 、平方根系列 $(RV_t)^{0.5}$ の HAR モデルを比較したところ、 $\ln RV_t$ を用いたモデルの決定係数が最も高くなったと報告している。本稿でも、全ての変数を推定したが、Andersen *et al.* (2007) と同様、 $\ln RV_t$ を用いたモデルの決定係数が最も高かった。したがって、ここでは対数 RV の推定結果のみを報告する。

表3 HAR-RV-CJモデルの推定結果

h	c	$\beta^{(cd)}$	$\beta^{(cw)}$	$\beta^{(cm)}$	$\beta^{(jd)}$	$\beta^{(jw)}$	$\beta^{(jm)}$	R^2
1	0.025 (0.050)	0.090 (0.062)	0.474*** (0.110)	0.238** (0.121)	0.026 (0.117)	0.005 (0.167)	0.205 (0.177)	0.315
5	0.148** (0.060)	0.078** (0.037)	0.386*** (0.102)	0.236 (0.149)	0.083 (0.058)	-0.023 (0.135)	0.301 (0.202)	0.463
22	0.238*** (0.071)	0.051 (0.033)	0.237** (0.109)	0.144 (0.132)	0.033 (0.035)	-0.015 (0.123)	0.491** (0.244)	0.346

(注) ***, **はそれぞれ 1%, 5%水準で有意であることを意味する。括弧内の数値は Newey-West の修正標準誤差を表す。R² は自由度修正済み決定係数。

6. まとめ

本稿では、中国の SCI300 指数先物の日中 5 分間データをもちいて計算したボラティリティ・ジャンプについて、米国の S&P500 指数先物を分析した Andersen *et. al.* (2007) との比較をおこなった。結果として、S&P500 指数先物よりも SCI300 指数先物のボラティリティの方が、より頻繁により激しいジャンプが発生していることが確認された。また、HAR-RV-J モデルを用いた分析では、S&P500 指数先物と異なり、SCI300 指数先物のジャンプは将来のボラティリティに影響を及ぼさないことがわかった。

このような異なる結果を得た理由は明確ではないが、先物市場に対する厳しい参入規制がもたらした投資家構造の違いに起因している可能性が考えられる。中国市場において 1992 年 12 月から始まった国債先物取引は、そのわずか 3 年後の 1995 年に、過剰なポジションをとった投資家の投げ売りによって先物市場の暴落と決済不能が発生し、取引停止に追い込まれた。このような経緯もあり、2010 年に始まった株価指数先物市場においては、個人投資家の参入を大幅に制限し、機関投資家向けの市場へと発展している。このような投資家構造がボラティリティに与える具体的な影響については今後の課題としたい。

参考文献

- 西村友作・船岡健太 (2015) 「中国株価指数先物の日中ボラティリティ」『先物・オプションレポート』2015年3月号。
- Aït-Sahalia, Y., P. A. Mykland and L. Zhang (2005), “How Often to Sample a Continuous-Time Process in the Presence of Market Microstructure Noise,” *Review of Financial Studies*, 18(2), pp.351-416.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev, F. X. Diebold and P. Labys (2001) 'The Distribution of Realized Exchange rate Volatility', *Journal of the American statistical association*, 96(453), pp. 42-55.
- Andersen, T. G., T. Bollerslev and F. X. Diebold (2007), “Roughing It Up: Including Jump Components in the Measurement, Modeling, and Forecasting of Return Volatility,” *The Review of Economics and Statistics*, 89(4), pp.701-720.
- Barndorff-Nielsen, O. E. and N. Shephard (2004), “Power and Bipower Variation with Stochastic Volatility and Jumps,” *Journal of Financial Econometrics*, 2(1), pp.1-48.
- Huang, X. and G. Tauchen (2005), “The Relative Contribution of Jumps to Total Price Variance,” *Journal of Financial Econometrics*, 3(4), pp.456-499.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。