

注文フロー不均衡と価格インパクト

大阪大学 大学院経済学研究科
数理・データ科学教育研究センター 高橋慎

1 はじめに

近年の金融市場では、取引システムの高速化により、短時間に多数の取引を行う高頻度取引が普及している。日本の証券市場においても、2010年1月に東京証券取引所が arrowhead を、2011年2月に大阪取引所が J-GATE^{*1}を導入し、高頻度取引に対応した取引システムが整備されている。

高頻度取引を記録したデータを利用して、注文フロー (order flow) や流動性、価格変化などの関係について、理論・実証の両面で研究が進められている。特に、注文による価格への影響は、価格インパクト (price impact) と呼ばれ、市場の価格形成メカニズムを理解する上で重要な指標である。また、価格インパクトは市場の流動性と密接に関係していることが Deuskar/Johnson (2011) により示されており、その他にも価格インパクトの様々な側面が分析・検証されている。^{*2}

価格インパクトについての実証研究では、主に売買取引を記録したデータ (約定価格とその枚数、売り注文か買い注文かなど) が用いられてきた。^{*3} しかし、成行注文による取引回数是指値注文とキャンセルを合わせたすべての気配更新のほんの一部であり、取引データを用いて推定した価格インパクトでは、市場の価格形成メカニズムを捉えるには不十分である。^{*4} そこで、Cont et al. (2014) は、成行注文、指値注文、およびキャンセルを含むすべての注文フローが価格へ与える影響を捉える簡単なモデルを提案し、ニューヨーク証券取引所の取引・気配データを用いて価格変化が主に注文フロー不均衡 (order flow imbalance, OFI) によって説明されることを示した。

以下では、Cont et al. (2014) が提案した価格インパクトモデルを概説し、日経 225mini のティックデータを用いた実証結果を提示する。

2 価格インパクトモデル

Cont et al. (2014) は、成行注文、指値注文、およびキャンセルの注文板への瞬間的な影響を求めるために、次のような簡単な板モデル (stylized order book model) を考案した。まず、売り気配と買い気配の枚数 (デプス) がすべての価格で D に等しく、成行・指値注文とキャンセルはすべて最良気配において発生すると仮定する。さらに、最良買い (売り) 気配のデプスが D に達した場合は、次の指値注文は 1 ティック上昇 (下落) し、新たに最良気配が更新されると仮定する。ある時間帯 $[t_{k-1}, t_k]$ での最良買い気配 (ビッド) における買い指値注文とキャンセルの枚数をそれぞれ L_k^b と C_k^b とする。また、最良売り気配 (アスク) における買い成行注文の枚数を M_k^a とし、時点 t_k における最良買い気配値を P_k^b とする。同様に、売り指値注文とキャンセルの枚数をそれぞれ L_k^a と C_k^a 、最良買い気配における売り成行注文の枚数を M_k^b 、時点 t_k における最良売り気配

^{*1} 2016年7月19日より次期 J-GATE が稼働予定である。

^{*2} 例えば、Bouchaud et al. (2009) を参照されたい。

^{*3} 初期の代表的な研究に Hasbrouck (1991) がある。

^{*4} 例えば、森保 (2015) の表 1 では、J-GATE 導入後の 15 取引日において、日経 225mini の取引回数の気配更新回数に対する比率は、平均で 8% であることが示されている。

値を P_k^a とする。

この板モデルの下では、注文フロー $(L_k^{b,a}, C_k^{b,a}, M_k^{b,a})$ と価格変化 $\Delta P_k^{b,a} = (P_k^{b,a} - P_{k-1}^{b,a})$ の間に次のような単純な線型関係が存在する。^{*5}

$$\Delta P_k^b = \delta \left[\frac{L_k^b - C_k^b - M_k^b}{D} \right], \quad \Delta P_k^a = -\delta \left[\frac{L_k^a - C_k^a - M_k^a}{D} \right] \quad (1)$$

ここで、 δ はティックサイズを表し、 $[x]$ は x 以上の最小の整数を表す天井関数である。(1) より、すべての注文の価格への影響は、パラメータに依存せず、ビッドあるいはアスクにおける注文の不均衡のみに依存することがわかる。売り気配と買い気配を別々に分析することもできるが、簡単化のため、ティックサイズで基準化した中値 $P_k = (P_k^b + P_k^a)/2\delta$ の変化を考えると、次のような関係が得られる。

$$\Delta P_k = \frac{OFI_k}{2D} + \epsilon_k, \quad OFI_k = L_k^b - C_k^b - M_k^b - L_k^a + C_k^a + M_k^a \quad (2)$$

ここで、 OFI_k は区間 $[t_{k-1}, t_k]$ におけるすべての注文フローの不均衡 (order flow imbalance) を表し、 ϵ は天井関数による丸め誤差である。

Cont et al. (2014) でも言及されているように、現実の市場では、注文は最良気配以外の価格でも発生し、デプスは一様には分布しておらず、実際の注文板はより複雑な構造を成している。そこで、Cont et al. (2014) は、板モデル (2) に基づき、短時間での価格変化と OFI の間の局所的な関係を、次のようにモデル化した。

$$\Delta P_{k,i} = \beta_i OFI_{k,i} + \epsilon_{k,i} \quad (3)$$

ここで、 $\Delta P_{k,i}$ と $OFI_{k,i}$ は区間 $[t_{k-1,i}, t_{k,i}] \subset [T_{i-1}, T_i]$ の価格変化と OFI である。 $[T_{i-1}, T_i]$ は $[t_{k-1,i}, t_{k,i}]$ を含むより長い区間で、 β_i はその区間の価格インパクト係数を表している。また、 $\epsilon_{k,i}$ はその他の複雑な要素 (最良気配以外での注文など) の影響をまとめた誤差項である。

価格インパクトモデル (3) は、各 i について OLS により簡単に推定できるだけでなく、 β_i と $\epsilon_{k,i}$ の分布について、金融資産市場でよく知られている日中の周期性も捉えることができる。また、 $1/2\beta_i$ は板モデル (2) のデプスの推定値と考えることもでき、価格インパクト係数と市場デプスの間に反比例の関係があることが示唆される。次節では、日経 225mini のティックデータを用いて価格インパクト係数を推定し、価格変化と OFI およびデプスの間の関係を検証する。

3 実証分析

3.1 データ

本稿の分析では、日経 225mini のティックデータを利用する。データには、すべての取引と気配更新についての情報が記録されている。分析期間は、高速取引が活発化した J-GATE 導入後の 2011 年 2 月 14 日から 2015 年 2 月 16 日までの約 4 年間である。^{*6} 各取引日において、最も取引枚数の多い限月のものを分析対象とする。

先物市場の日中のレギュラーセッション (9:00 - 15:10) のうち、東京証券取引所の終了時間後を除いた 9:00 - 15:00 までの気配更新記録から、Cont et al. (2014) に従い、価格変化と OFI を計算する。各取引日の n 番

^{*5} Cont et al. (2014) の図 1 から図 3 に成行・指値注文およびキャンセルによる板の変化が例示されている。

^{*6} 森保 (2015) は、J-GATE 導入により日経 225 先物市場において高速取引が活発化していることを示している。

目に観測された最良売り気配値とそのデプスをそれぞれ P_n^a と q_n^a 、最良買い気配値とそのデプスをそれぞれ P_n^b と q_n^b とする。成行注文、指値注文、またはキャンセルから生じる板の変化を次のように計算する。

$$e_n = q_n^b I_{\{P_n^b \geq P_{n-1}^b\}} - q_{n-1}^b I_{\{P_n^b < P_{n-1}^b\}} - q_n^a I_{\{P_n^a \leq P_{n-1}^a\}} + q_{n-1}^a I_{\{P_n^a > P_{n-1}^a\}} \quad (4)$$

ここで、 I_A は事象 A の場合に 1、それ以外に 0 となる指示関数である。例えば、最良気配値で買い指値注文が到達した場合は、 $e_n = q_n^b - q_{n-1}^b > 0$ となり、指値注文の枚数だけ最良気配デプスが増加する。一方、売り成行注文により最良気配デプスの一部が執行された場合、または最良気配の指値注文がキャンセルされた場合、 $e_n = q_n^b - q_{n-1}^b < 0$ となり、成行注文またはキャンセルの枚数だけ最良気配デプスが減少する。また、すべての最良気配デプスが売り成行注文により執行された場合、またはキャンセルされた場合、 $e_n = -q_{n-1}^b$ となり、最良買い気配値が低下する。 $e_n = q_n$ となるのは、指値注文により最良気配値が更新された場合である。最良売り気配についても同様に考えることができる。

本稿では、10 秒毎の価格変化と OFI を用いて、30 分毎の価格インパクトを推定する。9:00 から 15:00 までの 30 分区間を $[T_{i-1}, T_i)$ ($T_0 = 9:00, T_1 = 9:30, \dots, T_{12} = 15:00$) と表し、 i 番目の 30 分区間を $[t_{k-1,i}, t_{k,i})$ のように 180 個の 10 秒区間 ($\Delta t = t_{k,i} - t_{k-1,i} = 10$) に分割する。^{*7} この時、区間 $I_{k,i} = [t_{k-1,i}, t_{k,i})$ の中値 (ティックサイズで基準化した売り気配と買い気配の平均) の変化と OFI を次のように計算する。^{*8}

$$\Delta P_{k,i} = \sum_{n \in I_{k,i}} \frac{P_n^a + P_n^b}{2\delta} - \frac{P_{n-1}^a + P_{n-1}^b}{2\delta}, \quad OFI_{k,i} = \sum_{n \in I_{k,i}} e_n \quad (5)$$

ここで、 δ はティックサイズを表し、日経 225mini の場合は呼値の単位が 5 円で取引単位が 100 倍なので、 $\delta = 500$ となる。さらに、それぞれの 30 分区間 $I_i = [T_{i-1}, T_i)$ において、板モデルのデプスの定義に従い、 D_i を気配値が変化する直前または直後の売り気配デプスと買い気配デプスの平均として計算する。

$$D_i = \frac{1}{2} \left[\frac{\sum_{n \in I_i} \left(q_n^b I_{\{P_n^b < P_{n-1}^b\}} + q_{n-1}^b I_{\{P_n^b > P_{n-1}^b\}} \right)}{\sum_{n \in I_i} I_{\{P_n^b \neq P_{n-1}^b\}}} + \frac{\sum_{n \in I_i} \left(q_n^a I_{\{P_n^a > P_{n-1}^a\}} + q_{n-1}^a I_{\{P_n^a < P_{n-1}^a\}} \right)}{\sum_{n \in I_i} I_{\{P_n^a \neq P_{n-1}^a\}}} \right] \quad (6)$$

3.2 推定結果

価格インパクトモデル (3) に定数項を加えた回帰モデル

$$\Delta P_{k,i} = \alpha_i + \beta_i OFI_{k,i} + \epsilon_{k,i} \quad (7)$$

を各 30 分区間 I_i について最小二乗推定した結果が表 1 にまとめられている。要約統計量は、十分な価格変化がなく推定できなかった区間を除いた 10209 個の 30 分区間について計算している。 $P(|t| > 2)$ は推定した回帰係数の t 値が 2 以上となる比率を表す。定数項は 99% 以上が有意でない一方、価格インパクト係数は 99.9% 以上が有意である。また、決定係数の平均は約 70% と比較的高いことから、OFI は中値変化の主要因であることが示唆される。

^{*7} 最後の 10 秒区間は 14:59:50 から 14:59:59 であり、15:00 ちょうどの記録は分析データに含まない。

^{*8} 個別の注文フロー ($L_k^{b,a}, C_k^{b,a}, M_k^{b,a}$) が利用できる場合は、(2) で定義されたように OFI を計算すればよい。

表1 各30分区分間 I_i の回帰係数の推定値 $\hat{\alpha}_i, \hat{\beta}_i$ と決定係数 R_i^2 の要約統計量

	平均	標準偏差	最小値	メディアン	最大値	$P(t \geq 2)$
$\hat{\alpha}_i$	-0.000187	0.0148	-0.394	-0.000029	0.231	0.0031
$\hat{\beta}_i$	0.000821	0.000528	-0.000158	0.000645	0.00550	0.9996
R_i^2	0.697	0.137	0.000969	0.726	0.995	

価格インパクト係数 β_i と平均デプス D_i の関係を検証するため、 $\log \beta_i$ を $\log D_i$ に回帰すると、次のような結果が得られた。

$$\log \hat{\beta}_i = -1.89 - 0.809 \log D_i, \quad R^2 = 0.698 \quad (8)$$

(0.04) (0.006)

ただし、括弧内の数値は分散不均一性と非正規性を考慮した標準誤差を表す。前節の価格インパクトモデルの下では、 $D_i \approx 1/2\beta_i$ 、すなわち、 $\log D_i$ の回帰係数は -1 となることが示唆されるが、実際の回帰係数は -0.809 であり、 -1 とは有意に異なる。また、図1には $\log \hat{\beta}_i$ と $\log D_i$ および回帰直線が描かれている。回帰直線からかなり乖離したデータも散見されることから、価格インパクトモデル(3)では考慮されていないその他の要因(最良気配以外での注文など)の影響が示唆される。

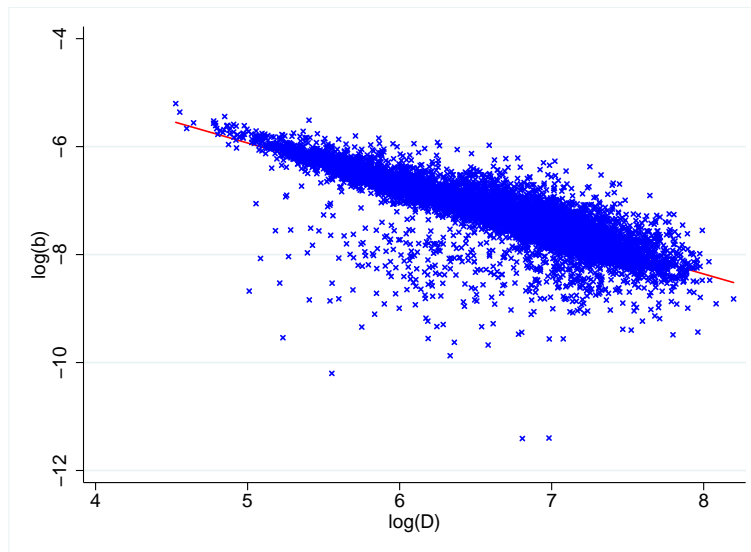


図1 価格インパクト係数と平均デプスの対数値と回帰直線 $\log \hat{\beta}_i = -1.89 - 0.809 \log D_i$

4 おわりに

本稿では、日経225minのティックデータを用いて、Cont et al. (2014) で提案された価格インパクトモデルに基づき、中値変化とOFIおよび平均デプスの関係を検証した。Cont et al. (2014) のモデルの下では、中値変化とOFIは単純な線型関係で定式化され、価格インパクト係数と平均デプスには反比例の関係があるこ

とが示唆される。10秒間の中値変化とOFIを用いて、各30分区分間についてモデルを推定した結果、OFIは中値変化の変動を平均で7割程度説明することが示された。また、価格インパクト係数の推定値と平均デブスには負の相関があるものの、モデルが示唆する反比例関係からは有意に異なる結果が得られた。これらの結果から、OFIは中値変化の主要因ではあるが、価格インパクトモデルには、最良気配以外での注文やデブスの分布など、今後も修正・改良する余地があることが示された。

本稿では扱わなかったが、OFIを市場の状況をリアルタイムに捉える指標として用いることも考えられる。Cont et al. (2014)は、1秒以下の間隔で計算したOFIが直後の価格変化の3%程度を説明する先行指標となることを示し、OFIを逆選択コストを表す指標として用いることを提案している。市場の状況をリアルタイムに捉える指標として、Easley et al. (2012)はVPIN (Volume-synchronized Probability of Informed Trading)を提唱しているが、大屋 (2015)でも説明されているように、その算出方法などには議論・検証の余地がある。OFIとVPINの関連性の分析など、リアルタイム指標の検証・開発も今後の課題としたい。

参考文献

- 大屋幸輔 (2015), 「情報の非対称性のリアルタイム計測としてのVPINを巡って」, 『先物・オプションレポート』 27, 4, 1-6.
- 森保洋 (2015), 「日経225先物市場における高速取引が現物市場の流動性に与える影響」, 『先物・オプションレポート』 27, 5, 1-6.
- Bouchaud, J.-P., Farmer, J. D. and Lillo, F. (2009), “How Markets Slowly Digest Changes in Supply and Demand,” in *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution*, ed. by Hens, T. and K. R. Schenk-Hoppé, K. R., chap. 2, 57-160, Elsevier.
- Cont, R., Kukanov, A. and Stoikov, S. (2014), “The Price Impact of Order Book Events,” *Journal of Financial Econometrics*, 12, 1, 47-88.
- Deuskar, P. and Johnson, T. C. (2011), “Market Liquidity and Flow-Driven Risk,” *Review of Financial Studies*, 24, 3, 721-753.
- Easley, D., Lopez de Prado, M. and O’Hara, M. (2012), “Flow Toxicity and Liquidity in a High Frequency World,” *Review of Financial Studies*, 25, 5, 1457-1493.
- Hasbrouck, J. (1991), “Measuring the Information Content of Stock Trades,” *Journal of Finance*, 46, 1, 179-207.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。