

# 裁定取引に伴う現物株の取引データと 日経平均先物超過需要関数の推定

明海大学 経済学部  
教授 新井啓

## 1. はじめに

Arai[2014]では2限月をつなげることで標本の大きさを確保し、証券会社別の超過需要関数を推定したが、各証券会社は先物のみを取引して現物の株式は保有しないという極端な仮定をしていた。新井[2014]では先物市場での取引者は先物と現物の2つを取引するとして、推定可能な証券会社別の日経平均先物超過需要関数を理論的に導出したが、その推定は行わなかった。

本稿では日本経済新聞に通常は毎週第4営業日に掲載される裁定取引に伴う現物株の売買の週間データを利用して証券会社別の日経平均先物超過需要関数の推定を行った。裁定取引に伴う現物株の売買のデータはフローのデータであるためか、推定結果は満足できるものではなかった。現物株を取引することを前提とした証券会社別の日経平均先物超過需要関数を推定するためには、さらに工夫をする必要があることが示された。

## 2. 計測モデル

新井[2014]では個別の取引者の期待効用の最大化から、日経平均先物超過需要関数を導出し、ある証券会社の超過需要関数は以下の式で表現できることを示した。

$$\sum_{i=1}^H X_{it} = \sum_{i=1}^H \alpha_i \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \bar{p}_{i0}^f - \sum_{i=1}^H \alpha_i p_t^f - \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \gamma_i \sum_{i=1}^H Y_{it}^* \quad (1)$$

(1)式の左辺は、ある証券会社の $t$ 時点におけるネットのポジションを示している。日経平均先物ではネットのポジションが経済学でいうところの超過需要に相当する。記号の表記は以下のとおりである。 $X_{it}$ :第 $i$ 取引者の $t$ 時点における先物契約保有量、 $H$ :その証券会社を通じて取引する取引者の数、

$$\alpha_i = \frac{1}{a_i \sigma_{fi}^2}, \quad \gamma_i = \frac{\sigma_{sfi}}{\sigma_{fi}^2}, \quad Y_{it}^*: \text{第 } i \text{ 取引者の } t \text{ 時点における現物株保有量、}$$

$a_i$ :第 $i$ 取引者の絶対的危険回避度、 $\sigma_{fi}^2$ :第 $i$ 取引者の先物価格予想値の分散、

$\sigma_{si}^2$ :第 $i$ 取引者の現物価格予想値の分散、

$\sigma_{sf}^2$  : 第*i*取引者の先物価格予想値と現物価格予想値の共分散、

$\bar{p}_{i0}^f$  : 限月の発会時における第*i*取引者の予想先物価格の期待値、 $p_t^f$  : *t*時点における先物価格、である。

(1) 式はある証券会社のネットのポジションは先物価格の絶対水準と現物株の保有量で決定されることを意味する。(1) 式を推定するうえでの最大の問題は、その証券会社の現物保有量  $\sum_{i=1}^H Y_{it}^*$  のデータを入手できるのかどうかであった。 $\sum_{i=1}^H Y_{it}^*$  は、その証券会社で取引する取引者の現物保有量の合計である。しかしこの現物株保有量のデータは存在しない。それゆえ、推定を行うためには、さらに工夫をする必要がある。

ある証券会社で取引を行う *H* 人の取引者のうち 1 から *J* 番目の取引者が売り、*J*+1 番目から *H* 番目の取引者が、現物の買いを行ったとすると、(1) 式を次のように書き換えることができる。

$$\sum_{i=1}^H X_{it} = \sum_{i=1}^H \alpha_i \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \bar{p}_{i0}^f - \sum_{i=1}^H \alpha_i p_t^f - \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \gamma_i \sum_{i=1}^J Y_{it}^* - \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \gamma_i \sum_{i=J+1}^H Y_{it}^* \quad (2)$$

ここで推定すべきパラメータを以下のように表記する。

$$\beta_0 = \sum_{i=1}^H \alpha_i \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \bar{p}_{i0}^f, \quad \beta_1 = -\sum_{i=1}^H \alpha_i, \quad \beta_2 = -\frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \gamma_i, \quad \beta_3 = -\frac{1}{H} \sum_{i=1}^H \gamma_i$$

すると (2) 式は以下のように書き換えることができる。

$$\sum_{i=1}^H X_{it} = \beta_0 + \beta_1 p_t^f + \beta_2 \sum_{i=1}^J Y_{it}^* + \beta_3 \sum_{i=J+1}^H Y_{it}^* \quad (3)$$

ここで (3) 式における  $\sum_{i=1}^J Y_{it}^*$  はその証券会社において取引する取引者の現物株の売りの数量の合計である。これが、基本的には毎週第 4 営業日の日本経済新聞に掲載される裁定取引に伴う現物株の売買の売りの週間データに相当する。同様に考えると  $\sum_{i=J+1}^H Y_{it}^*$  が、日本経済新聞に掲載される裁定取引に伴う現物株の売買の買いの週間データに相当する。(3) 式左辺の  $\sum_{i=1}^H X_{it}$  は毎週第 2 営業日に日本経済新聞に掲載される前週の最終営業日における各証券会社のネットのポジションである。先物価格は毎日その終値を日本経済新聞から入手することができる。これによって (3) 式の被説明変数と説明変数のデータはすべて確保することができたので、(3) 式の推定を行うことができる。

### 3. 推定結果

本稿では2007年6月限のみを対象として(3)式の推定を証券会社別に行った。(3)式の推定結果をまとめたものが表1である。

推定のやり方であるが、最初に(3)式を通常の重回帰分析で推定を行った。その場合にDWの値が1に近い場合には、誤差項が1階の自己回帰過程に従うと仮定して、最尤法とコ克蘭・オーカット法で推定をやり直した。表1は重回帰分析、最尤法、コ克蘭・オーカット法での推定のうち、最も良好であった推定結果を示している。

表1 推定結果

証券会社	$\beta_0$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	Adj- $R^2$	DW	Size	Method
A	179669.0 (0.008)	-10.395 (0.008)	0.068 (0.104)	0.032 (0.505)	0.536	1.143	11	MRA
B	109860.0 (0.343)	-7.199 (0.283)	-0.050 (0.165)	-0.112 (0.287)	0.169	0.946	14	MRA
C	-65044.8 (0.647)	3.069 (0.702)	-0.176 (0.051)	-0.090 (0.070)	0.461	1.577	12	MRA
D	122060.0 (0.039)	-6.912 (0.039)	0.087 (0.050)	0.138 (0.055)	0.428	1.922	11	MRA
E	177780.0 (0.000)	-7.550 (0.000)	-0.367 (0.000)	-0.085 (0.097)	0.934	2.422	11	CO
F	130368.0 (0.000)	-5.520 (0.000)	0.007 (0.887)	0.037 (0.000)	0.904	2.370	12	CO
G	-320443 (0.000)	18.536 (0.000)	-0.467 (0.000)	-0.606 (0.000)	0.999	1.839	7	CO
H	-4369.5 (0.822)	0.005 (0.997)	0.118 (0.000)	0.052 (0.734)	0.265	1.507	14	ML
I	-187886.0 (0.000)	9.937 (0.000)	0.054 (0.625)	0.002 (0.992)	0.503	1.848	13	CO
J	-86756.0 (0.106)	4.972 (0.102)	-0.033 (0.944)	-0.003 (0.987)	0.465	1.460	13	ML
K	-54708.9 (0.182)	3.123 (0.181)	-0.244 (0.001)	-0.027 (0.900)	0.308	1.305	12	ML
L	73313.1 (0.011)	-4.003 (0.015)	-1.625 (0.006)	-2.009 (0.000)	0.885	1.646	9	ML

( )内はp値、Adj- $R^2$ は自由度修正済み決定係数、DWはダービンワトソン比、Sizeはサンプル・サイズ、Method

は推定方法、MRAは重回帰、MLは最尤法、COはコ克蘭・オーカット法。

A社については、先物価格の絶対水準はA社のネットのポジションを決定するうえでの系統的な要因であると考えられる。ただ、裁定取引に伴う現物株の売買は、ネットのポジションを決定するうえでの要因ではないようである。

B社については、本稿で紹介した経済モデルの説明力はほとんどない。他の証券会社と比較すると、本稿で紹介した経済モデルの説明力は低い。

C社については説明変数である裁定取引に伴う現物株の売買の係数は売りについても買いについても、その推定値が有意水準10%で統計的に有意になっている。先物価格の絶対水準はC社のネットのポジションの決定要因にはなっていない。

D社については、パラメータ $\beta_3$ の推定値は有意水準10%で統計的に有意である。その他のパラメータについては有意水準5%で統計的に有意なパラメータの推定値が得られている。パラメータ $\beta_2$ と $\beta_3$ の推定値は理論的にはマイナスの値になるが、プラスの値で推定された。

コ克蘭・オーカット法による推定によってE社の日経平均先物超過需要関数の安定的なパラメータを得ることができた。ただしパラメータ $\beta_3$ の推定値は有意水準10%で統計的に有意である。パラメータ $\beta_2$ と $\beta_3$ の推定値は理論と整合的なマイナスの値になっている。

F社については、裁定取引に伴う売りの株数の係数の推定値 $\beta_2$ が有意水準5%で統計的に有意ではない。その他のパラメータの推定値は有意水準5%で統計的に有意である。先物価格の全体水準はF社のネットのポジションを決定する系統的な要因となっている。

G社については、超過需要関数の安定的なパラメータが得られている。パラメータ $\beta_2$ と $\beta_3$ の推定値は理論と整合的なマイナスの値で推定された。しかしながらG社については、標本の大きさがかなり小さい。

H社については、F社とは逆に説明変数である裁定取引に伴う現物株の売りの株数の係数の推定値 $\beta_2$ のみが有意水準5%で統計的に有意である。

裁定取引に伴う現物株の売買数は売りも買いもI社のネットのポジションを決める系統的な要因になっていない。先物価格の絶対水準はI社のネットのポジションを決める系統的な要因になっている。ただし理論的にはマイナスになる値がプラスになっている点に注意する必要がある。標本の大きさが十分確保できれば、先物価格の絶対水準のみでH社のネットのポジションの変動を説明できそうである。

J社については、超過需要関数の安定的なパラメータの推定値を得ることはできなかった。標本の大きさが大きくなると、先物価格の絶対水準のみでネットのポジションの変動を説明できる可能性がある。

K社については、説明変数である裁定取引に伴う現物株の売りの株数の係数の推定値 $\beta_2$ のみが有意水準5%で統計的に有意になった。

L社については超過需要関数の安定的なパラメータの推定値を得ることができた。しかし標本の大きさは10を下回っている。

#### 4. まとめ

本稿では取引者が現物株と先物の2つを取引するとして、証券会社別の日経平均先物超過需要関数の推定を行った。その際に証券会社が保有する現物株のデータを入手することは不可能であるため、裁定取引に伴う現物株の売買のデータを利用して証券会社別の日経平均先物の超過需要関数の推定を行った。しかしながら、超過需要関数の安定的なパラメータが得られた証券会社は少なかった。推定可能な12社のうち満足できる推定結果を得ることができたのは2社しかなかった。本稿で紹介した超過需要関数の推定にはさらに工夫が必要なようである。

本稿では各証券会社の現物株の保有量として、フローのデータである裁定取引に伴う現物株の売買データを利用したが、本来はストックの値を使うべきである。SQ日には裁定取引に伴う現物の売りと買いの残高はすべて解消されたと考えて、フローのデータを累積させることでストックのデータを作成し、そのデータを現物保有量のデータとして各証券会社の超過需要関数を推定し直すことが考えられる。

#### 5. 参考文献

Arai, K. [2014] “Estimating Excess Demand functions for Nikkei 225 Index Futures Contracts Using Data for Two Maturities”, *Journal of Nature and Culture*, Meikai University, pp. 1-13.

新井啓[2014]「現物株保有量を考慮した証券会社別日経225先物超過需要関数の導出」、『先物・オプションレポート』, 大阪証券取引所.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。