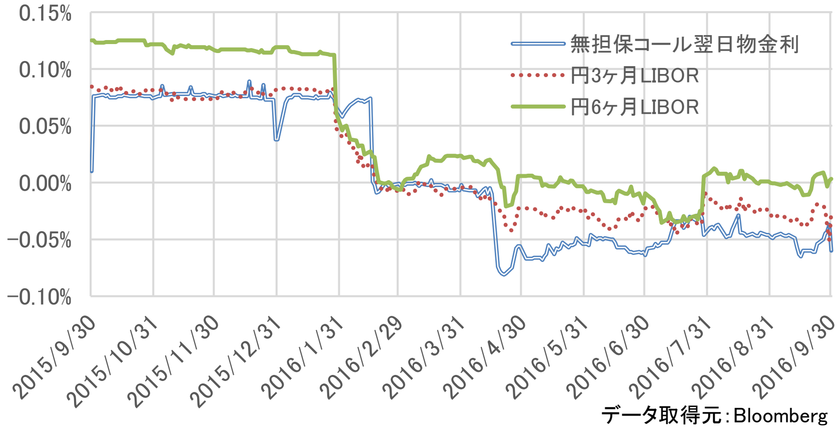
マイナス金利環境下のデリバティブ評価について

有限責任監査法人トーマツ
木村学

1. はじめに

2016 年 1 月 29 日、日本銀行は「物価安定の目標」の実現を目的として、金融機関が保有する日銀当座預金の一部に－0.1%の金利を適用することを発表した。いわゆるマイナス金利政策の導入を受け、市中金利は急速に低下し、日本円のロンドン銀行間取引金利（LIBOR）は 6 ヶ月物までマイナス圏に落ち込んだ（下図）。

図1:主要金利の推移
（2015年9月末日～2016年9月末日）



データ取得元:Bloomberg

マイナス金利政策の導入は、会計上の論点[1]を含め、金融実務に複数の問題をもたらした。その中で、デリバティブ取引に関連する問題として注目されたのが、金利オプション評価に関連するものである。これは、金利オプション取引の評価に広く使用されてきた Log-Normal モデルが機能しなくなり、従前の手法では金利オプションの評価ができなくなったという問題である。

本稿は、マイナス金利環境下における金利オプション、特に金利キャップ（以下、キャップと表記する）の評価方法について解説することを目的とする。なお、本稿の意見に関する部分は筆者の私見であり、有限責任監査法人トーマツの公式見解ではない。また、本稿は信頼できると判断した資料およびデータにより作成したが、その正確性や完全性について保証するものではないことをお断りしておきたい。

[1] ASBJ（企業会計基準委員会）平成 28 年 3 月 9 日「議事概要別紙（審議事項(4)マイナス金利に関する会計上の論点への対応について）」、平成 28 年 3 月 23 日「議事概要別紙（審議事項(2)マイナス金利に関する会計上の論点への対応）」

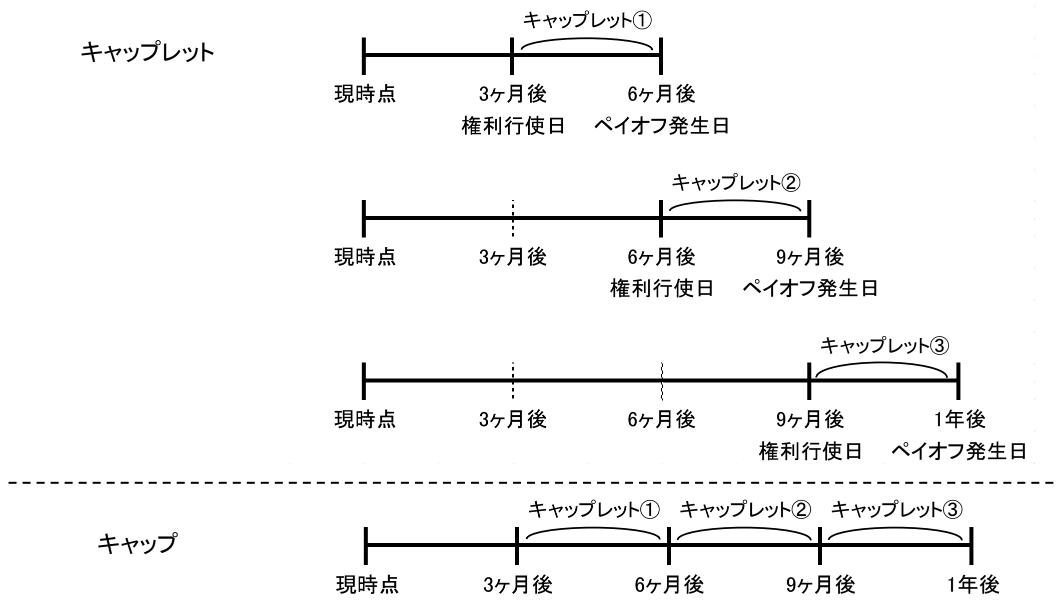
2. 金利オプション取引　～キャップ/フロア～

金利オプションは金利を原資産とするオプションであり、スワップションとキャップ/フロアが代表的である。本稿ではキャップを例に説明を行うこととする。

キャップとは、キャップの買い手が売り手に対してプレミアムを支払うことで、契約期間中の金利更改日（リセット日）における参照金利がストライク（キャップレート）を超えた場合に、キャップの買い手がストライクを超過した分の金利を受け取ることができる取引である。各リセット日の間隔はテナーと呼ばれる。これに対して、フロアとは、参照金利がストライク（フロアレート）を下回った場合に、フロアの買い手がストライクを下回った分の金利を受け取ることができる取引である。

キャップは、キャップレットと呼ばれるオプションの集合として表現される点に特徴がある（フロアの場合は、フロアレットの集合となる）。例えば、テナーが 3 ヶ月で、取引期間が 1 年のキャップ取引の場合、キャップとキャップレットの関係性は下図のように示される。

図 2：キャップレットとキャップの関係性



この例の場合、3 ヶ月後・6 ヶ月後・9 ヶ月後の計 3 回のリセット日があり、リセット日におけるペイオフの判定結果に基づき[2]、6 ヶ月後・9 ヶ月後・1 年後にペイオフが発生する。キャップは、当初の参照金利がストライクを超えていたとしても、初回リセット日にはペイオフが発生しない契約になっていることが一般的である。上図に示す通り、キャップはキャップレットの集合であることから、キャップの評価額は、キャップレットの評価額合計として計算することができる。キャップレットの評価には、株式オプションの評価で有名な Black-Scholes モデルと同様に、将来の原資産の確率分布が対数正規分布に従うと仮定する Log-Normal モデルが広く用いられていた。

[2] 通常、各キャップレットの権利行使日はリセット日の 2 営業日前とされることが一般的だが、本稿では説明簡略化のため権利行使日とリセット日は同一とした。

3. Log-Normal モデルと Shifted Log-Normal モデル

キャップがn個のキャップレットの集合体である場合、Log-Normal モデルによる各キャップレットの価値は以下の式により得られる。リセット日t_k（$k = 1, 2, \ldots, n$）に観測される金利に対応して、次のリセット日t_{k+1}にペイオフが発生するキャップレットの価値C_kは、

$$C_k = L\delta_k P(0, t_{k+1})[F_k N(d_1) - RN(d_2)]$$

となる。ただし、

$$d_1 = \frac{\ln(F_k/R) + \sigma_k^2 \tau_k/2}{\sigma_k\sqrt{\tau_k}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_k/R) - \sigma_k^2 \tau_k/2}{\sigma_k\sqrt{\tau_k}} = d_1 - \sigma_k\sqrt{\tau_k}$$

である。各記号の意味はそれぞれ以下の通りである。

L	: 想定元本
τ_k	: 評価基準日から時点t_kまでの期間（年換算）
δ_k	: 時点t_kから時点t_{k+1}の期間（年換算）
$P(0, t_{k+1})$	: 評価基準日から時点t_{k+1}の期間に対応する割引率
F_k	: 時点t_kから時点t_{k+1}の期間に対応する、評価基準日におけるフォワード金利
R	: ストライク
$N(\cdot)$	: 標準正規分布の分布関数
σ_k	: 時点t_kから時点t_{k+1}の期間に対応する、フォワード金利のボラティリティ

これらのパラメータの内、L、δ_k、Rは取引の契約条件から得られ、$P(0, t_{k+1})$、F_kについてはLIBOR やスワップレートから作成されるイールドカーブから計算することができる[3]。σ_kについては、店頭デリバティブの仲介業者（インターディーラーブローカー）等が提供するボラティリティのデータを使用して見積もることが考えられる。ブローカーは仲介した取引等を集計して、キャップのプレミアム（想定元本に対するベーシスポイントで示される評価額）を算出しているほか、それらのプレミアムから逆算されるインプライド・ボラティリティ[4]の算出も行っているところがある。

マイナス金利導入前であれば、ブローカーが算出したインプライド・ボラティリティ等を用いることで、Log-Normal モデルによる評価額を算出できたが[5]、マイナス金利導入後は、

[3] 割引率算定に用いるイールドカーブ（ディスカウントカーブ）と、参照金利のフォワード金利算定に用いるイールドカーブ（プロジェクションカーブ）が必要となる。

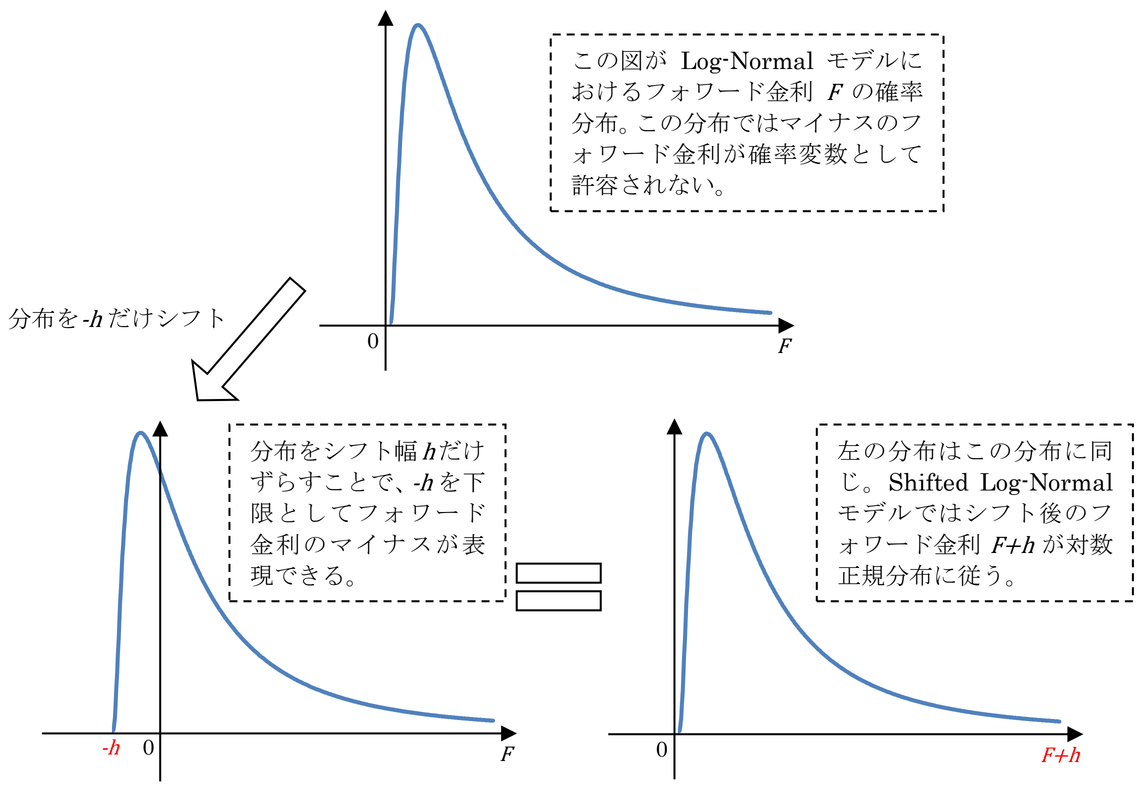
[4] キャップの評価においては、キャップを構成する個々のキャップレットに対し、一様に同じボラティリティ（キャップ・ボラティリティ、またはフラット・ボラティリティと呼ばれる）を適用する手法と、それぞれ異なるボラティリティ（キャップレット・ボラティリティ）を適用する手法の 2 つがある。ブローカーが提供しているボラティリティは、通常、キャップ・ボラティリティである。

[5] キャップレット・ボラティリティを用いて評価を行う場合は、キャップ・ボラティリティからキャップレット・ボラティリティに変換する必要がある。キャップ・ボラティリティを用いて評価した結果と、キャップレット・ボラティリティを用いて評価した結果が等しくなるように逐次的に計算を行うことで、キャップレット・ボラティリティは計算される。

Log-Normal モデルが使用できない場合があり、その場合、従前の評価方法が機能しなくなった。これは、Log-Normal モデルがその名に示す通り、フォワード金利が対数正規分布に従うと仮定していることに起因する。つまり、対数正規分布が示す確率変数がとりうる値は 0 より大きな正の値に限られ、マイナス金利が確率変数として許容されないのである。前項の数式に関連付けて説明すると、フォワード金利がマイナスとなる場合、d_1、d_2の分子の第一項にある$\ln(F_k/R)$の値が計算できず[6]、それゆえ Log-Nomral モデルに基づく評価ができなくなったのである。

そこで、マイナス金利環境下における代替的なモデルとして広まっているのが Shifted Log-Normal モデルである[7]。このモデルでは、Log-Normal モデルによる確率分布を任意のシフト幅hだけシフトさせることで、シフト後のフォワード金利が対数正規分布に従うと仮定される。

図 3：Log-Normal モデルと Shifted Log-Normal モデルのイメージ



この場合、Shifted Log-Normal モデルによるキャップレットの評価は次式を用いることで可能になる。

$$C_k = L\delta_k P(0, t_{k+1})[(F_k + h)N(\widehat{d_1}) - (R + h)N(\widehat{d_2})]$$

となる。ただし、

[6] 自然対数$\ln(x)$におけるxは 0 より大きい正の値に限られる。
[7] Shifted Log-Normal モデルのほかには、将来の原資産の確率分布が正規分布に従うと仮定する Normal モデルがある。

$$\widehat{d_1} = \frac{\ln[(F_k+h)/(R+h)] + \widehat{\sigma_k}^2 \tau_k/2}{\widehat{\sigma_k}\sqrt{\tau_k}}$$

$$\widehat{d_2} = \frac{\ln[(F_k+h)/(R+h)] - \widehat{\sigma_k}^2 \tau_k/2}{\widehat{\sigma_k}\sqrt{\tau_k}} = d_1 - \widehat{\sigma_k}\sqrt{\tau_k}$$

である。なお、上式における$\widehat{\sigma_k}$はシフト幅hを加えたフォワード金利のボラティリティである。$\widehat{\sigma_k}$はブローカー等から取得したプレミアムに整合するように計算するなどの方法で見積もることができ、それを用いてキャップ取引の評価額が計算できる。

4. おわりに

これまで解説してきた通り、Shifted Log-Normal モデルのコンセプトは至って単純であり、同モデルを用いてマイナス金利環境下の金利オプション評価を行うことはさほど難しくない。しかし、我が国でマイナス金利政策が導入された際は多くの金融機関が混乱に陥り、そのなかには Log-Normal モデルに代わるモデルをすぐには実装できないという理由から金利オプション取引を控える金融機関もあった。日本銀行がマイナス金利政策を導入する数年前から、欧州では既にマイナス金利環境が実現しており、マイナス金利環境でのデリバティブ評価に関する議論が進んでいたにも関わらずこのような混乱が生じたことは、我が国では金利はマイナスにならないという思い込みがあったことに加えて、従前より使用してきた評価モデルの限界が把握されていなかった、あるいはモデルの限界に直面した場合の代替的なモデルの検討が十分でなかったことを示唆していると考える。

モデルの限界を念頭に置いたモデル選択を行うことは、本稿で取り上げた金利オプションに限らず、デリバティブ評価全般における検討事項である。マイナス金利政策導入を契機として、この点に対する意識が高まることを期待したい。

参考文献

ジョン・ハル「フィナンシャルエンジニアリング＜第 7 版＞」金融財政事情研究会