

先物・オプションマーケット

NTベース取引のリスク計測

大和総研 投資調査部 研究員
上田 祐介

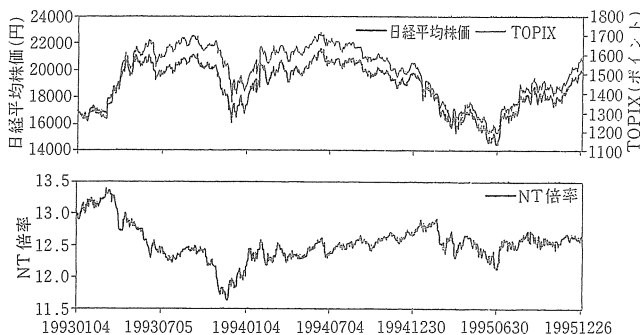
1 はじめに

複数資産からなるポートフォリオのリスク評価を行うためには、将来時点にかけての各資産の収益率のボラティリティと各収益率間の共分散を予測する必要がある。ここでは、TOPIX先物・日経平均先物を用いたベーシックな取引スタイルであるNTベース取引を題材に、複数資産からなるポジションの、短期(日次)リスク・長期(月次)リスクの推計方法について検討してみた。

2 NTベース取引について

NTベース取引は、NT倍率(=日経平均÷TOPIX)の増減に対する予測に基づいて投資を行う取引手法であり、通常は先物を用いて行われる。このときTOPIX先物と日経平均先物について売り買い逆のポジションを等金額ずつ同時設定し、NT倍率の変化後にポジションを解消することで損益を確定することになる。

図1 TOPIX・日経平均・NT倍率の推移



NTベース取引では両資産に対する投資比率が当初1:-1(あるいは-1:1)と決まっている。このため、本稿ではNTベース取引のリスク指標として、[TOPIXリターン(x_t)-日経平均リターン(y_t)]の分散に注目し、その推計方法について検討する。

なお、本稿ではt時点における資産Xのリターン x_t を $x_t = \log(X_{t+1}/X_t)$ と定義して分析を行っている。通常の設定と若干異なるので注意されたい。

分散の推計のためのモデルを定める前に、原資産収益率の分布特性を示す基礎統計量を計算した結果が、表1である。

表1 株価収益率の基礎統計量

	TOPIX日次リターン(x_t)	日経平均日次リターン(y_t)	$x_t - y_t$
平均	0.0001109	0.0000916	0.0000193
分散	0.0000225	0.0000312	0.0000034
標準偏差	0.0047443	0.0055859	0.0018309
歪度	0.3115327	0.3150507	0.1279870
尖度	5.1855512	3.5502937	1.2504723
SW-検定量	0.945235 (0.0001)	0.972495 (0.0001)	0.982731 (0.1139)

注1 SW検定はShapiro-Wilk検定の略。括弧内の数値は正規分布の棄却に対する帰無仮説の有意確率。

注2 計算期間は1993年1月から1995年12月まで。

TOPIX・日経平均ともに収益率分布の正規性に関する仮説は棄却されている。このことから両指数の変動をより適切に説明するために、条件付き分散モデルを用いることにする。また、 $[x_t - y_t]$ の方がむしろ正規分布に近い分布を示していることにも注意しておきたい。

次に各変量の系列相関について調べたものが以下の表2である。

表2 株価収益率の系列相関

	TOPIX変化率(x_t)	日経平均変化率(y_t)	$x_t - y_t$
LAG(1)	0.08937 (0.0150)	-0.00584 (0.8740)	-0.13857 (0.002)
LAG(2)	-0.03507 (0.3411)	0.00564 (0.8784)	0.05314 (0.1490)
LAG(3)	-0.04047 (0.2722)	-0.01762 (0.6328)	0.04162 (0.2588)
LAG(4)	0.04373 (0.2357)	0.02563 (0.4872)	0.00355 (0.9235)

注 括弧内の数値は推計値に対する帰無仮説の有意確率。

TOPIXも一階の自己相関が比較的強いが、収益率の差 $[x_t - y_t]$ の一階の系列相関がより強く出ていることが特徴として伺われる。今回のように対象となる資産が限定されているときには、モデルにもこのような特徴を加えることが適切であると考えられる。

3 モデルについて

今回の分析では1営業日先の場合と1ヵ月(20営業日とする)先までの予測を前提にボラティリティ・相関係数の推計を行い検証する。ここではGARCH(1,1)を用いた簡便的な方法について検討した。

一般の時系列モデルの乱数項について分散を規定するモデルを加えることで、ボラティリティを説明するのが条件付き分散モデルである。1期前のボラティリティと乱数項の実現値により、その翌期のボラティリティが規定される場合、このモデルはGARCH(1,1)と呼ばれる。

本稿では株価収益率について表1に示した特徴を考慮し、以下の特性を持つモデルを考える。すなわち①株価収益率 x は一階の自己相関を持ち、②株価収益率モデル

の乱数項は自己相関を持たず、③乱数項の分散の変動がGARCH(1,1)により説明されるものとする。この場合の、ある資産Xのt期における収益率 x_t を式で表すと次のようになる。

$$\hat{x}_t = \delta_x x_{t-1} + \mu_x + \sigma_{x,t} \hat{\xi}_{x,t} \quad [\hat{\xi}_{x,t} \sim N(0, 1)] \quad (1)$$

$$\sigma_{x,t}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \sigma_{x,t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{x,t-1}^2 \xi_{x,t-1}^2 \quad (2)$$

μ_x : 定数項 (トレンドを表す)

δ_x : 一階のラグデータに対する自己相関係数

$\sigma_{x,t}$: t期における乱数項の分散

$\xi_{x,t}$: $N(0, 1)$ に従う乱数のt期における実現値

$\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$: GARCH(1,1)のパラメータ

ここで、 \wedge がついている変数はその時点で確率変数であることを示している。

(1)式は資産Xの収益率の変動モデル式であり、(2)式が乱数項の分散の変動を示すモデル式となる。ここで収益率 y_t が同様のモデルにより定められるもう一つの資産Yを考える。GARCH(1,1)のフレームワークでは2資産の共分散は通常、以下のような式でモデル化する。

$$\sigma_{x,y,t+1} = \alpha_0 + \alpha_1 (\sigma_{x,t} \xi_{x,t}) (\sigma_{y,t} \xi_{y,t}) + \alpha_2 \sigma_{x,y,t} \quad (3)$$

ここで $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2$ は推計パラメータ (定数)

しかし、この式では表2に示したリターンの差を持つ系列相関を情報として組込むことはできない。そこで、今回は初期の投資比率が1:-1と決まっていることも勘案し、 $(x-y)$ の変動をAR(1)-GARCH(1,1)モデルで説明し、 $\text{var}(x-y)$ と $\text{var}(x)$ 、 $\text{var}(y)$ の関係から相関係数を推計する方法をとってみた。

(1)式より、t期におけるt+s期までの収益率は下式で表される。

$$\sum_{i=0}^{s-1} \hat{x}_{t+i} = \sum_{k=0}^{s-1} \delta_x^{k+1} x_{t-1} + \sum_{k=0}^{s-1} \delta_x^k \sigma_{x,t} \hat{\xi}_{x,t} + \sum_{k=1}^{s-1} \left\{ \sum_{j=1}^k \delta_x^{j-1} \hat{\sigma}_{x,t+j} \hat{\xi}_{x,t+j} + \sum_{j=1}^{k+1} \delta_x^{j-1} \mu_x \right\} + \mu_x \quad (4)$$

(3)式に示されるt期におけるt+s期までの収益率の期待値は下式となる。

$$E_t \left(\sum_{i=0}^{s-1} \hat{x}_{t+i} \right) = \sum_{k=0}^{s-1} \delta_x^{k+1} x_t + \sum_{k=1}^{s-1} \left\{ \sum_{j=1}^{k+1} \delta_x^{j-1} \mu_x \right\} + \mu_x \quad (5)$$

同じく分散は、 $\text{Cov}(\xi_i, \xi_j) = 0$ (ただし $i \neq j$)の条件より、下式で表される。

$$\text{var} \left(\sum_{i=0}^{s-1} \hat{x}_{t+i} \right) = \sum_{k=0}^{s-1} \delta_x^{2k} \sigma_{x,t}^2 + \sum_{k=1}^{s-1} \left\{ \sum_{j=1}^k \delta_x^{2(j-1)} \hat{\sigma}_{x,t+j}^2 \right\} \quad (6)$$

ここで(6)式は展開された式の中に未だ確率変数 $\hat{\sigma}_{x,t+j}^2$ が含まれており、分散自体が確率変数となっていることに注意する必要がある。この分散の期待値は、(2)式を(6)式

の右辺に繰り返し代入した後、両辺の期待値をとることで、以下の(7)式のように表すことができる。

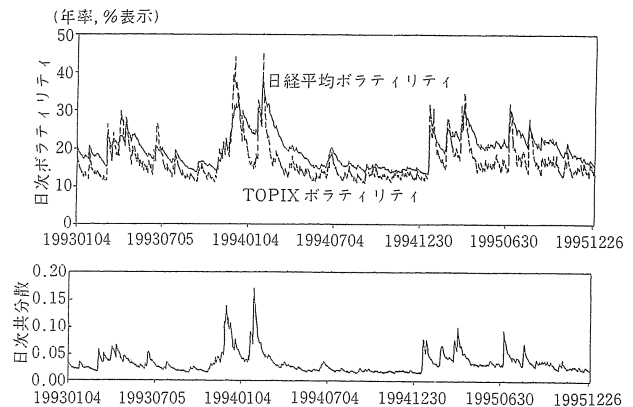
$$E_t \left(\text{var} \left(\sum_{i=0}^{s-1} \hat{x}_{t+i} \right) \right) = \sum_{k=0}^{s-1} \delta_x^{2k} \sigma_{x,t}^2 + \sum_{k=1}^{s-1} \left\{ \sum_{j=1}^k \delta_x^{2(j-1)} \left(\alpha_0 \sum_{l=1}^j (a_1 + a_2)^{l-1} + (a_1 + a_2)^j \sigma_{x,t}^2 \right) \right\} \quad (7)$$

以上の方法により、日次の時系列データからより長期の収益率の期待値(5)と収益率の分散の期待値(7)を得ることができる。また $y, x-y$ について同様の手順を踏むことでそれぞれの分散の期待値を得ることができる。ここで、 $E(\text{var}(\hat{x} - \hat{y})) = E(\text{var}(\hat{x})) + E(\text{var}(\hat{y})) - E(2\text{cov}(\hat{x}, \hat{y}))$ を仮定するならば、t期におけるt+s期までの共分散の期待値を得ることができる。

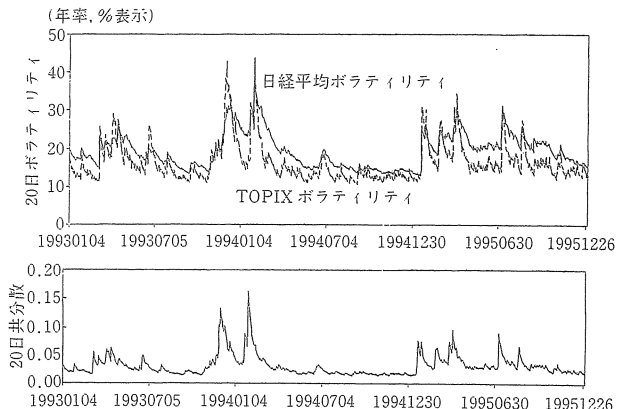
4 検証結果について

$x, y, x-y$ について1993年1月から1995年12月のデータを用いて推計したAR(1)-GARCH(1,1)モデルの推計パラメータはそれぞれ表3のようになった。また、これらのモデルから得られた推定ボラティリティ・共分散を、日次・月次についてそれぞれ図2、図3に表した。

図2 推計された日次ボラティリティ・共分散



3 推計された月次ボラティリティ・共分散



そこで、こうして得られたボラティリティ・共分散のリスク指標としての有効性を検証するためVAR(Value At Risk)による検証を行った。ここで日次・月次収益率が正規分布に従うと仮定して、推計された分散・共分散に基づいたVARを算出し実現収益率との比較を行った。図4～図6は日次ベースの、図7～図9は月次ベースのVARと実現収益率の関係を示している。ここでは各営業日毎に月次VARを求め、その時点から20営業日先までの実現収益率と比較した。

表3 推計パラメータ

	TOPIX収益率(x)	日経平均収益率(y)	収益率の差(x-y)
δ	-0.00113993 (0.0004301)	-0.000004624 (0.0003908)	0.001441435 (0.0003878)
μ	-0.000363822 (0.0003706)	-0.000282433 (0.0004276)	0.000068296 (0.0001216)
α_0	0.000877557 (0.0003339)	0.000430010 (0.0001658)	0.000021090 (0.0000124)
α_1	0.00138497 (0.0003840)	0.000539415 (0.0001572)	0.000764958 (0.0001824)
α_2	0.00793791 (0.0005621)	0.00920480 (0.0002212)	0.009134170 (0.0001959)
対数尤度	-1077.13	-1218.43	-364.269

注 括弧内の数値は標準誤差を表す。

また、今回用いた741のサンプルのうちVARを越える水準の収益率を記録した営業日何%であったかを集計したものが表4、表5である。参考のため有意水準が5%、10%の場合について示した。

図4 TOPIX(x)の日次VARと実現収益率

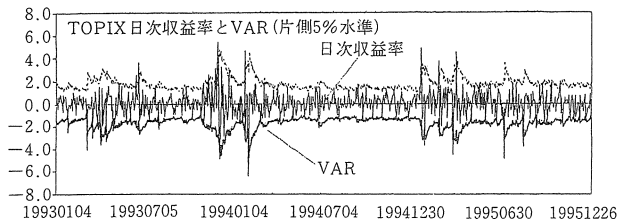


図5 日経平均株価(y)の日次VARと実現収益率

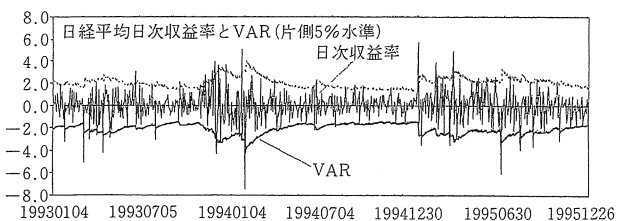


図6 (x-y)ポジションの日次VARと実現収益率

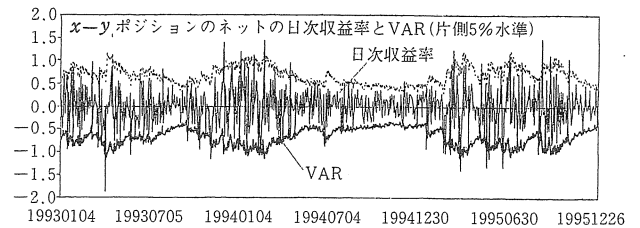


図7 TOPIX(x)の月次VARと実現収益率

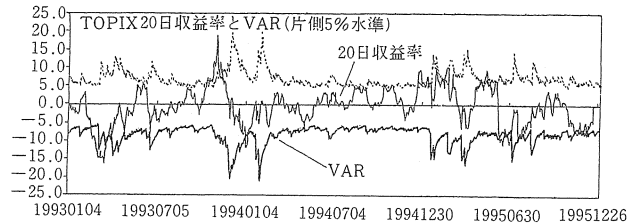


図8 日経平均株価(y)の月次VARと実現収益率

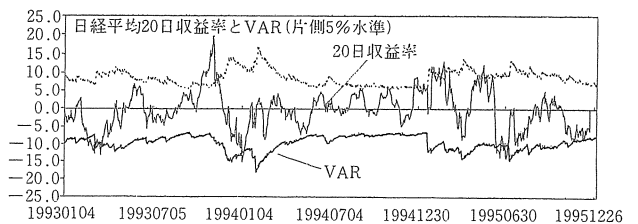


図9 (x-y)ポジションの月次VARと実現収益率

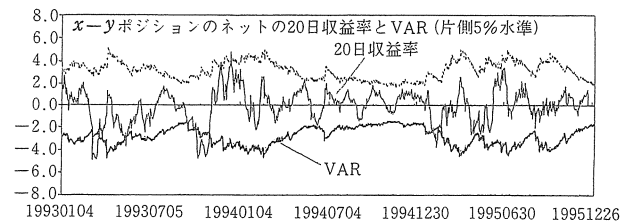


表4 日次VARの検証結果(全741件)

	TOPIX収益率(x)	日経平均収益率(y)	x-yのネットの収益率(x-y)
上方5%水準	33(4.59%)	34(4.59%)	32(3.78%)
上方10%水準	59(8.10%)	59(8.10%)	67(8.50%)
(期待値以下)	353(47.64%)	363(48.99%)	362(49.26%)
下方10%水準	59(7.96%)	55(7.42%)	74(9.99%)
下方5%水準	33(4.45%)	29(3.91%)	47(6.34%)

表5 月次VARの検証結果(全741件)

	TOPIX収益率(x)	日経平均収益率(y)	x-yのネットの収益率(x-y)
上方5%水準	70(8.97%)	57(7.69%)	18(1.75%)
上方10%水準	117(15.35%)	102(13.77%)	32(3.78%)
(期待値以下)	347(47.15%)	352(47.50%)	368(49.66%)
下方10%水準	80(10.87%)	64(8.64%)	74(9.99%)
下方5%水準	55(7.47%)	29(3.91%)	44(5.94%)

注 括弧内は全サンプルに占める比率を表す。

表4・表5の結果からは幾つかの特徴が伺える。日次ベースの推計ボラティリティに対する実現収益率の集計結果(表4)は、 x 、 y 、 $x-y$ のいずれのケースについても期待値にたいしておよそ左右(収益率の正負)対称の分布結果を示しており、幾分ボラティリティを大きめに見積もる傾向はあるもののおおむねボラティリティ・共分散共にうまく推計できているようにみえる。

これに対し月次ベースの集計結果では期待値にたいして収益率の分布が左右非対称となる傾向がある。 $x-y$ の場合には下方VARを下回るサンプル数の比率はおおむね妥当な数値を示しているものの、上方VAR(もちろんこんな言葉は存在しないが)を上回るサンプル数の比率は予想よりもかなり小さな値となっている。 x 、 y の場合では逆に上方VARを上回るサンプルの比率がかなり大きな値となっている。なぜ月次データではこのような非対称性が生じたのであろうか。

これは正規分布の仮定の誤りによるものである可能性がある。日次収益率の場合には正規分布の仮定はモデルの前提条件に入っているが、月次収益率の場合には正規分布に従うことはまったく保証されていない。このため、分散をリスク指標とすることは、日次ベースの場合には妥当であったが、月次ベースの場合には適切ではない可能性がある。日次ベースの時に比べ、月次収益率分布の左右対称性がそこなわれているように見えるのはこうした事情を反映しているとも考えられる。

そこで、図10に20日間収益率の実現値の分布を、図11に推計ボラティリティで標準化した20日間収益率の分布を示した。元々の分布の形が負の歪度を持っていることが見て取れる。このように元々の分布が正規分布に従っていない場合には、今回のように期待値と分散だけで正規化したVARを求め、分散をリスク指標として用いること自体に無理がある。

しかし、少なくとも今回の検証では20日VARにおけるダウンサイドのリスクは比較的適正に反映されている。これは期待値・分散の推定として今回のGARCHをもとにするフレームワークを用いることが、必ずしも無意味ではないことを示唆している。今後は分布形の推測を含めた形でのリスク測定がいつそう重要になる、と考えられる。

今回は $var(x-y)$ の推計により間接的に共分散の計測を試みた。こうした簡単な方法により共分散の推計が行えるのであれば、より複雑なモデルによるリスク測定も簡単になる。たとえば、現在多変量ではあまり一般的でないE-GARCH等の時系列モデルを用いたリスク測定を行うための、実務的な簡略化手段を提供できる可能性がある。

図10 20日収益率の差 $[x_t - y_t]$ の実現値のヒストグラム

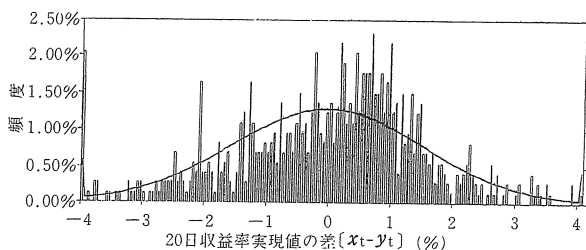


図11 推計ボラティリティにより標準化した20日 $[x_t - y_t]$

