

先物・オプションマーケット

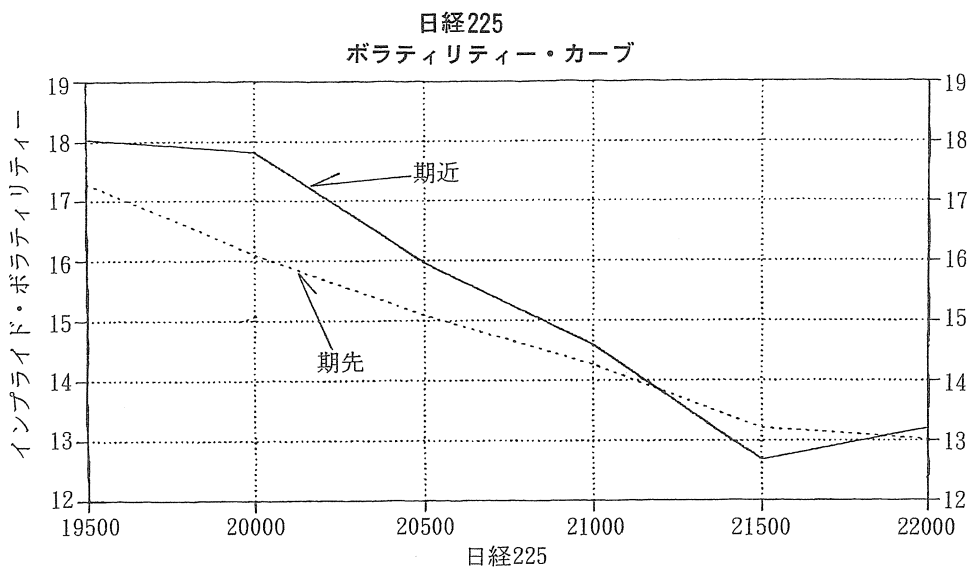
ストライク・プライス，限月によるボラティリティー・カーブを考える

ソロモン・ブラザーズ・アジア証券会社
東京支店 投資戦略調査部

ブレット・イングルカマイヤー

ブラック・ショールズのオプション価格決定モデルでは，オプションの満期日までの期間・ストライク・プ

リスにかかわらず原資産のボラティリティーは一つであることを仮定としています。しかし実際にこのモデルを基に，オプションのプレミアムからインプライド・ボラティリティー(IV)を計算するとOTMプットとITMコールのインプライド・ボラティリティーはATMオプションのインプライド・ボラティリティーより高くなる傾向があり，下のグラフが示すような緩やかなカーブが見られます(スマイル・カーブ)。また同様に，ストライク・プライスが同じでも満期日までの期間によって，インプライド・ボラティリティーは異なってしまいます。



このインプライド・ボラティリティーのスマイル・カーブを満期日までの期間，ストライク・プライスをファクターとして，クロス・セクションによるモデルを作り，これらのファクター値の変化を時系列で分析する。この分析結果は，将来の原資産の価格やボラティリティーの変動によるオプション価格の推移を，より実践的に予測するのに役立つと考えられます。

スマイル・カーブの回帰モデル

まず株式インデックスとその構成銘柄は対数化した確率正規分布に従うと仮定する(理論的には株式インデックスもしくはその構成銘柄の動きを対数化した確率正規分布に従うと仮定することは妥当ではないが，それによる誤差は十分過小と考えられます)。

まずストライク・プライスを以下のように展開し，“正規化したストライク・プライス”とします。

式①

正規化したストライクプライス=

$$\ln(\text{ストライクプライス}/\text{スポット})/\sqrt{\text{満期日までの期間}}$$

インプライド・ボラティリティーを以下のように定義します。

式②

$$\text{インプライド・ボラティリティー} = \beta_0 + \beta_s \times \text{正規化したストライク・プライス} + \beta_t \times \text{満期日までの期間} + \text{エラー}$$

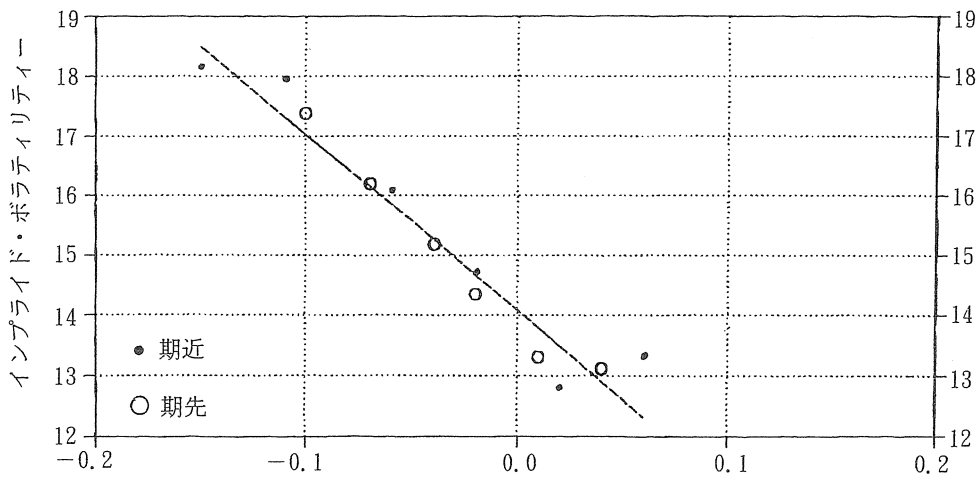
β_0 はその時点でのATMオプションの推定ボラティリティーを表し， β_s はスマイル・カーブの勾配を表します。 β_s は通常負の値を取り，OTMプットの“正規化したストライク・プライス”も負の値を取りますから， β_s に“正規化したストライク・プライス”を掛けた値は正の値を取り，OTMプットのインプライド・ボラティリティー

一はATMオプションの推定ボラティリティより大きくなり、スマイル・カーブを反映したボラティリティが表せます。

βt はそのオプションの満期日までの期間により、ボラティリティを調整するファクターになり、満期までの期間が同じオプションは、ストライク・プライスにかかわらず同じだけ影響を受けます。この点は、満期日が異なるオプションはストライク・プライスによっていわゆ

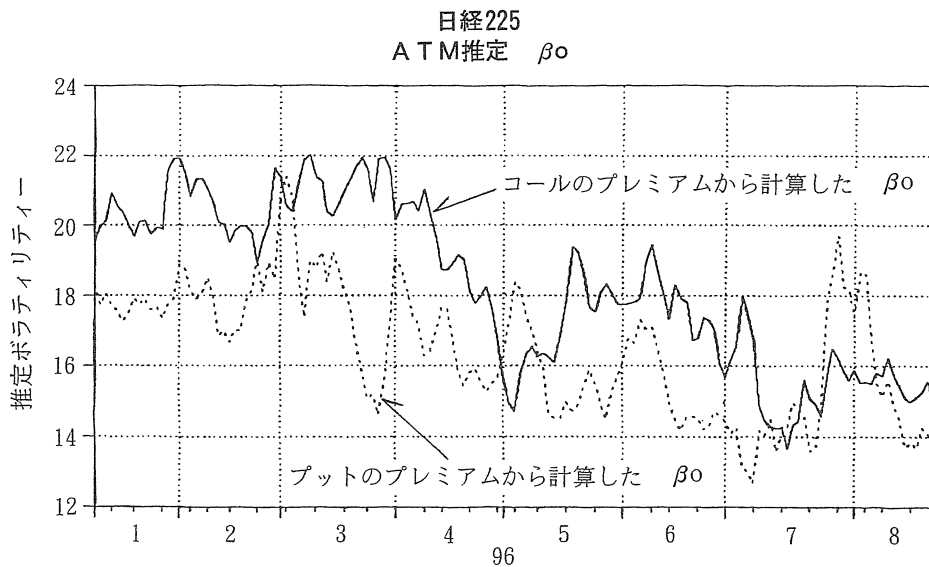
る時間価値プレミアムが異なりますが、 βt は満期日までの期間が異なるオプションの相対的なプレミアムの差を表すため、ストライク・プライスにかかわらず一律にしています。

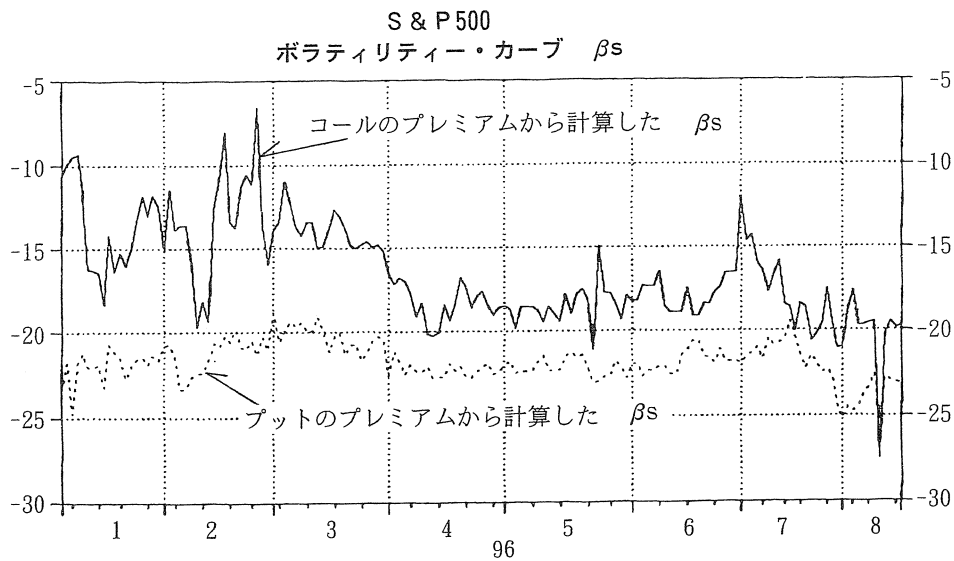
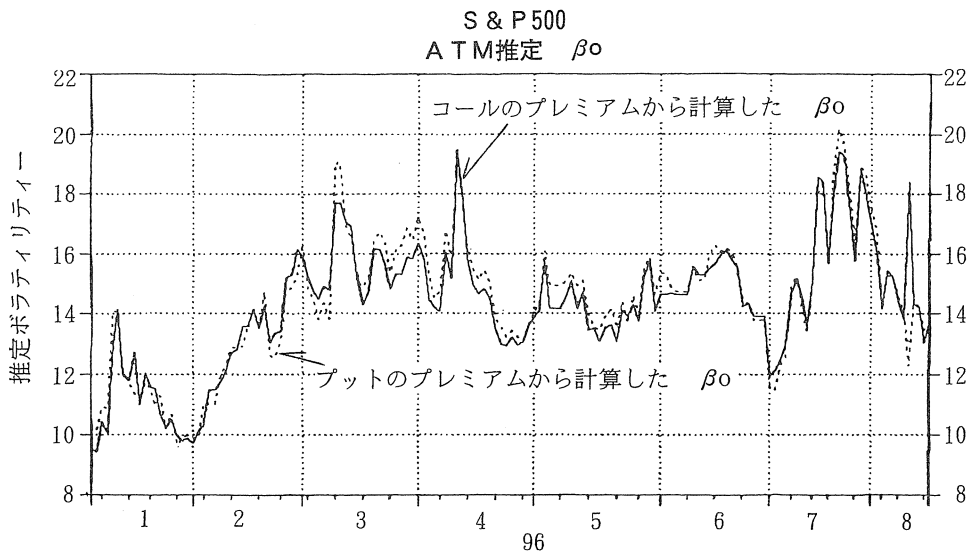
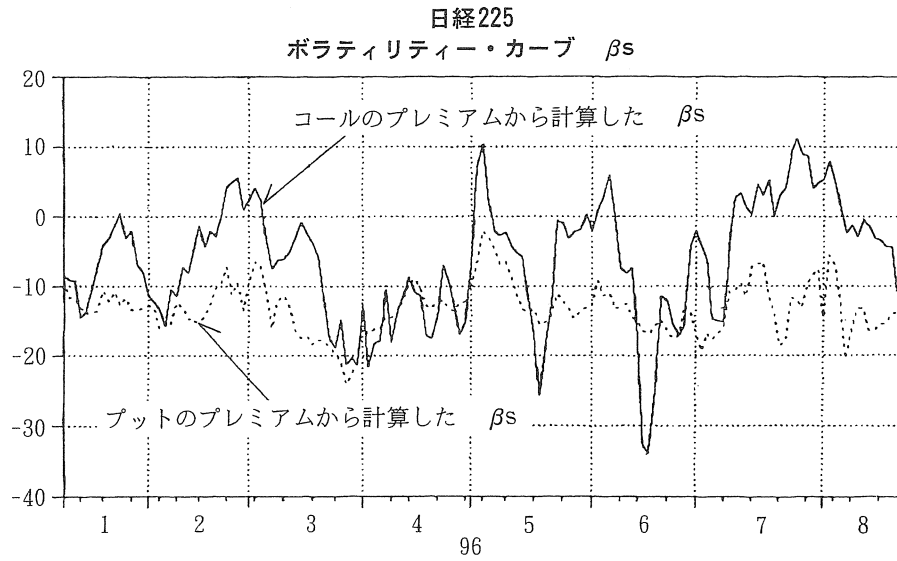
以下のグラフは、横軸が正規化したストライク・プライス、縦軸がインプライド・ボラティリティを示し、サンプルに引いた漸近線には明らかに傾きが見られます。

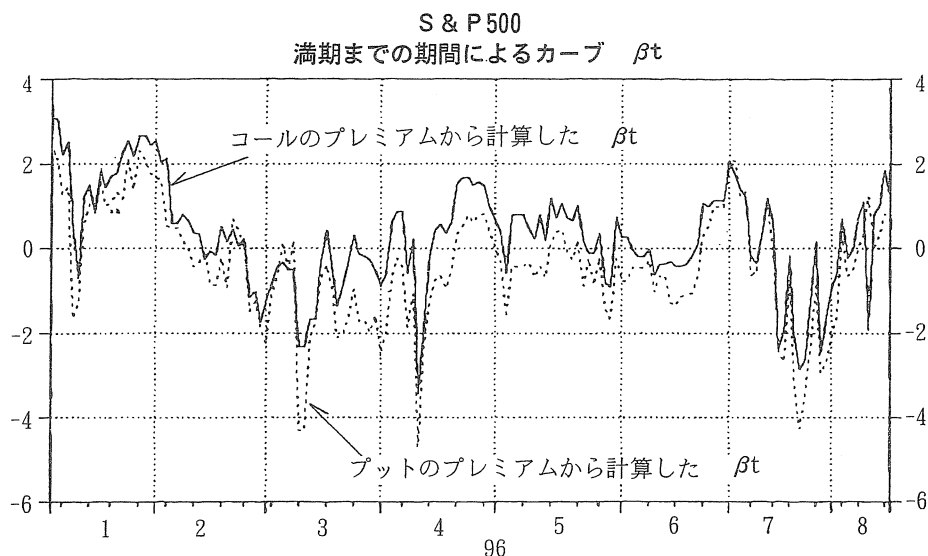


以下のグラフは、日経225指数のオプションとS&P500 株価指数のオプションのプレミアムから計算された各フ

クターのグラフになります。







結論

日本株式市場のインデックス・オプションは、期先のオプションや、ストライク・プライスによっては、流動性に問題があり、上述のようなインデックス・オプションのモデルを評価するには限界があります。

日経225指数のプットとコールのプレミアムから導き出した β_0 の推定値に、恒常的にスプレッドが開いていますが、これはビッド・オファーや、大引け間際の市場の動きによる瞬間的な価格の歪みなども関係していると思われる。

スマイル・ファクターは、日本株式市場・米国株式市場ともにコール・オプションよりもプット・オプションの方が、勾配が急であることが認められます。これについては、多くの他の市場分析でも指摘されており、1987年のニューヨーク株式市場の暴落以後、このような状況が続いており、プットの売り手は突発的なイベントで市場が急落するリスクに対して、リスク・プレミアムを要求しているためだと考えられます。更に興味深いことには、日本株式市場・米国株式市場ともにコールのスマイル・カーブの変動性は、プットよりも小さいことが認められます。一つの解釈としては、コールが市場参加者の相場観によって売買される傾向が強く、相場観の偏りに

よってスマイル・カーブが変動しやすく、一方プット・オプションはリスク・マネジメントのためにヘッジ目的で使われる傾向があるので変動が少ないというものです。ただし、日本株式市場では、株式市場の方向性とスマイル・カーブの変化にはあまり強い相関は認められません。敢えていえば、株式市場の参加者が更なる株式市場の上昇に自信が持てないような局面（例えば上昇トレンドの中の短期的な調整局面）には、OTMコールが安くなり、スマイル・カーブは平ら、もしくはマイナスに傾くようです。

日本株式市場では、期先のオプションの流動性が非常に乏しいために、上記のモデルで行使期間迄の長さによる分析はできませんでした。米国株式市場においては、 β_0 の変化と β_t の間には負の相関が見られました。これは、期近のボラティリティーの変化に比べ、期先のボラティリティーの変化が小さいことを示しています。GARCHモデルでは、ヒストリカル・ボラティリティーの変化が期近のオプションほど影響を大きく受け、期先のオプションほど影響を小さく受けるようにモデル化されていますが、より現実のオプション価格形成に近いモデルといえるかもしれません。