

解説

先物実践講座 - 8 -

日経225先物戦略

先物投資戦略の実践⑤ ポートフォリオ・インシュアランス

今号で紹介する方法“ポートフォリオ・インシュアランス”は価格データだけにもとづいたヘッジの一手法である。通常のヘッジは、ヘッジする／しないの二者択一のものであるが、ポートフォリオ・インシュアランスはヘッジ比率を動的に変えていく、一種のアセットアロケーションとも言える。

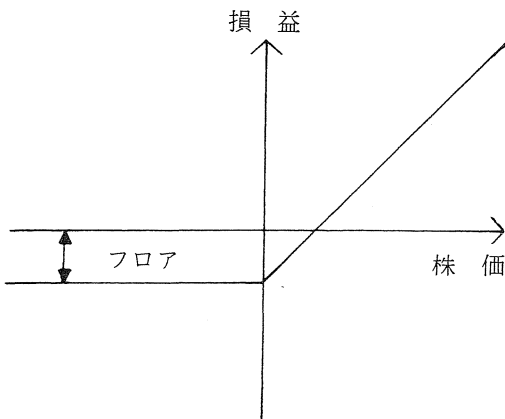
株式運用をするものは誰でも“相場が上がった時には値上がり益を享受したいが、相場が下がった時でも大損はしたくない”と思うものである。ポートフォリオ・インシュアランスは、こういった運用者の要求をある程度みたまず、動的なヘッジ戦略である。つまり、

相場が下がる時には株式エクスポージャを下げ

相場が上がるに連れて株式エクスポージャを上げるという戦略である。一般にポートフォリオ・インシュアランスという、先物等でヘッジ比率を変えることによりプロテクティブ・プット(プット買いによる株式のヘッジ戦略)をリプリケートすることをさす。ここではこれをオプションベース・ポートフォリオ・インシュアランス(OBPI)と呼ぶ。これとは別にオプション理論にもとづかないより簡単なコンスタントプロポーションナル・ポートフォリオ・インシュアランス(CPPI)についても解説する。最後に簡単な例を示す。

オプションベース・ポートフォリオ・インシュアランス(OBPI)

ポートフォリオ・インシュアランスが目標とするペイオフ・ダイヤグラムは下に示す。



つまり、損失はフロアに限定、利益は相場上昇におおむね追従するというものである。これは、「株式ポートフォリオ+プットオプション」で実現できる。あるいは、基本的に同じペイオフになる「現金+コールオプション」で実現できる。しかし、

希望する期間のオプションがない

希望する行使価格のオプションがない

ことから、一般的には株式エクスポージャの変更を株式ポートフォリオ自体の売買、又は株価指数先物の売買により行う。

さて、どのように株式エクスポージャを決めるかと言うと、ブラック/ショールズの理論価格式

$$C = S N(d) - Ke^{-rt} N(d - \sigma\sqrt{t})$$

$$d = \frac{\log \frac{S}{K} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$N(\cdot)$: 標準正規分布の分布関数

σ : 予想ボラティリティ

S : 株式時価総額

K : 行使価格

r : 金利

t : 運用期間

をもとに計算する。運用を開始する時点で決めておかなければならないことは、

F_{to} : フロア (最低保証価額)

σ : 予想ボラティリティ

t_o : 運用期間

A_o : 投資金額

S_o : 運用開始時点の株式時価総額

この上で、次の3つの式

$$nC(S_o, K, \sigma, t_o) + F_o = A_o \text{---①}$$

$$nK \geq F_t \text{---②}$$

$$F_t = F_o e^{rt} \text{---③}$$

を解いて、

K : コールオプションの行使価格

n : コールオプションの量

を決める。それぞれの式の意味は、

- ①投資額 A_o を現金 F_o とコールオプション n 単位に投資する。
- ②相場が上がった時は、1枚当たり K 、合計 nK を払って(合計 F_t) 株式ポートフォリオを受け取る。つまり、 $n(S - K)$ の利益を得る。
- ③オプションが無価値になっても、投資した現金でフロアを確保する。

である。

①-③の式は解析的に解くことはできない。したがって、数値計算(収束演算)により解いて K_o と n_o を求めると、買うべき仮想コールオプションと量が決まる。このポートフォリオの株式エクスポージャは、

$nN(d_0)$

$$d_0 = \frac{\log \frac{S_0}{K} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)t_0}{\sigma\sqrt{t_0}}$$

となるので、これに合うように株式ポートフォリオの額を決めれば良い。運用当初の株式ポートフォリオと現金の量が決まった後は、株価指数、期間などが変化するに従って株式エクスポージャーを

$nN(d)$

$$d = \frac{\log \frac{S}{K} + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

で計算し、株式ポートフォリオの売買によって、株式ポートフォリオと現金の比率を変えていく。

但し、無限に小さい売買を繰り返してもコストがかさむだけなので、例えば、資産総額の1%刻みの売買しか行わない。それ未満の場合は何もしない。1日の引値をベースにして1日1回の売買しか行わない。といったルールをつけて過大な取引が行われないようにする必要がある。

OBPIの問題点は、計算が難しいこととボラティリティの予想によって株式エクスポージャーの値が変わってしまうことの2点である。

コンスタントプロポーションナル・ポートフォリオ・インシュアランス(CPPI)

OBPIはブラック/ショールズの公式と収束計算により難しい計算の上で算出した。しかし、これに対して次に紹介するコンスタントプロポーションナル・ポートフォリオ・インシュアランス(CPPI)は、非常に簡単な計算で株式エクスポージャーを計算できる上に、ボラティリティを推定する必要もないのである。

まず、以下の用語を使う。

フロア : ポートフォリオの最低保証価額

クッション : ポートフォリオ価額 - フロア

乗数 : 株式エクスポージャー ÷ クッション

CPPIでは、まず資金額が決まった時、株式と現金にどのように資金を配分するかをフロアと乗数とを決めることにより決定する。どのように決定するかというと、常に

$$\text{クッション} \times \text{乗数} = \text{株式エクスポージャー}$$

となるように投資する。その後、株式の相場変動があった場合でも

$$\text{クッション} \times \text{乗数} = \text{株式エクスポージャー}$$

となるように株式ポートフォリオの調整をする。

例えば、

初期投資額 100億円

フロア 80億円

乗数 2

従って、

$$\text{クッション} = \text{ポートフォリオ時価総額} - \text{フロア}$$

= 20億円

株式エクスポージャー = クッション × 乗数

= 20億円 × 2

= 40億円

これによって、初期投資では、

株式に 40億円

現金に 60億円

ということになる。この後、株式が10%上昇した場合、株式は44億円となり、ポートフォリオ時価総額は104億円となるので、

クッション = ポートフォリオ時価総額 - フロア

= 104億円 - 80億円

= 24億円

株式エクスポージャー = クッション × 乗数

= 24億円 × 2

= 48億円

現金 = 104億円 - 48億円

= 56億円

したがって、株式を4億円買い増し、株式48億円、現金56億円となるように取引を行う。

また、株式が10%下落してしまった場合、株式は36億円となり、ポートフォリオ時価総額は96億円となるので、

クッション = ポートフォリオ時価総額 - フロア

= 96億円 - 80億円

= 16億円

株式エクスポージャー = クッション × 乗数

= 16億円 × 2

= 32億円

現金 = 96億円 - 32億円

= 64億円

したがって、株式を4億円売り、株式32億円、現金64億円となるように取引を行う。

このようなアセットの組み替えを行うので、例えば、フロアを割るように株式が下落すれば、その時点ですべてが現金になり、以後株式相場にかかわりなく現金のままとなる。

例

OBPIやCPPIで実際にどのような売買が行われ、その結果どのようなパフォーマンスになるかを見るために、それぞれのシミュレーション例を示す。初めにOBPIの運用例である。

投資金額 : 10億円

フロア : 10億円

期間 : 90.12.28 ~ 91.12.30 (1年間)

予想ボラティリティ : 30%

金利 : 5%

組み替え : 5%を超えるときはじめて組み替える。

以上の条件で行った。ただし、株式の売買は現物株式を売買することとし、その際手数料は考慮しない。表1は、シミュレーションの結果の一部である。図1は、バイアンドホールドとOBPIのリターンの推移を、図2はOBPIの株式組み入れ比率をチャートにしたものである。

当初50%程度の株式組み入れ比率で始まり、相場の上昇過程では、60%まで株式組み入れ比率をあげている。また、運用期間の末期にはフロアを割るように相場が下がっているの、株式組み入れ比率は最終的に0%近くまで下がっている。

次の例はCPPIの例である。

- 投資金額：10億円
- フロア：8億円
- 乗数：2
- 期間：90.12.28~91.12.30(1年間)
- 金利：5%
- 組み替え：2%を超えるときはじめて組み替える

この例でも、現物株式を売買することとし、その際の手数料などは考慮していない。表2は、シミュレーションの結果の一部。図3、図4は、それぞれバイアンドホールドとCPPIのリターンの推移及びCPPIの株式組み入れ比率である。

株式組み入れ比率は50%から徐々に下がり、40%前後になっている。フロアを8億円としたので、1991年の相場では、株式組み入れ比率が極端に下がることはなかった。また、乗数を2と低く決めたこと、相場が十分あがらなかったことから、株式組み入れ比率が極端に上がることもなかった。

注意点

両方の例とも売買や損益のようすを見るために手数料などを考慮しなかったが、実際に行う場合には、

売買に伴う委託手数料及び税金

売買の際発生するマーケットインパクト

がコストとしてかかってくる。例えば、売買代金につき1%の費用がかかるとすれば、先の例では以下のように負担しなければならない。

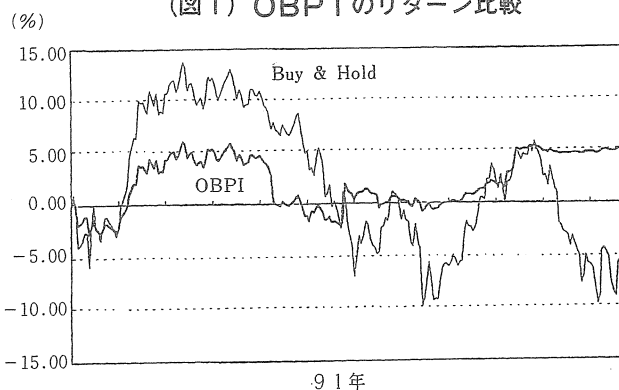
OBPIの例：1年間の延べ売買金額 約14.23億円
費用は 約0.14億円

CPPIの例：1年間の延べ売買金額 約3.55億円
費用は 約0.04億円

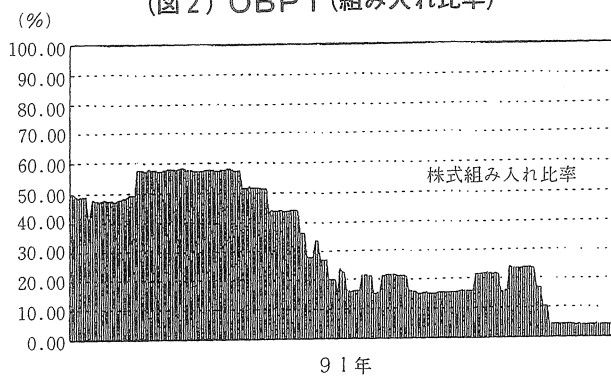
コストを下げるために、株価指数先物を利用するという方法がある。しかし、この場合には売買のコストは下がるが、保有ポートフォリオとのトラッキングエラーとベースリスクが問題となってくる。

以上のようにポートフォリオ・インシュアランスの運用にはこれらのコストを最小限にするように、様々な実際上の工夫が必要である。(T. T)

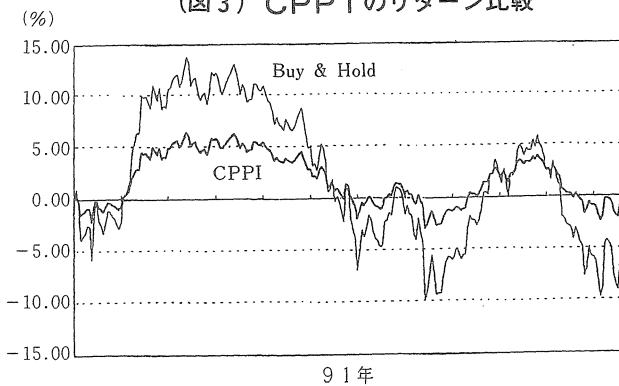
(図1) OBPIのリターン比較



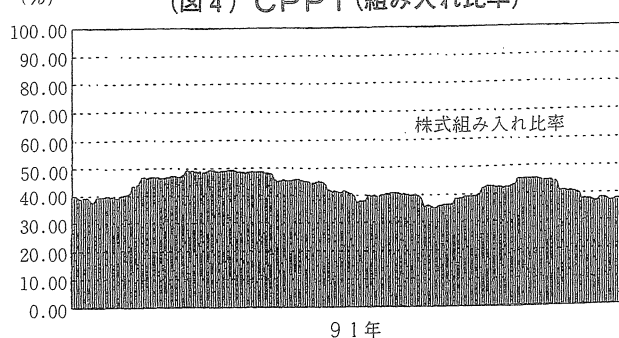
(図2) OBPI(組み入れ比率)



(図3) CPP Iのリターン比較



(図4) CPP I(組み入れ比率)



(表1) OBPIシミュレーション結果

(価格:円, 金額:万円, 比率:%)

日付	日経平均	ポートフォリオ 時価総額	デルタ 理論値	組替え前 株式比率	株式 売買	簿 価	実現 損益	株 式 売買代金	組替え後 株式比率	リターン(%)		
										B&H	OBPI	安全資産
90.12.28	23848.71	100000	49.63	0.00	買	23848.71	0	49630	49.63	0.00	0.00	0.00
91.01.04	24069.18	100507	50.14	49.84		23848.71	0	0	49.84	0.92	0.51	0.10
91.01.07	23736.57	99836	48.32	49.48		23848.71	0	0	49.48	-0.47	-0.16	0.14
91.01.08	22897.84	98097	44.68	48.58		23848.71	0	0	48.58	-3.99	-1.90	0.15
91.01.09	22969.27	98253	44.42	48.65		23848.71	0	0	48.65	-3.69	-1.75	0.16
91.01.10	23047.36	98422	44.74	48.73		23848.71	0	0	48.73	-3.36	-1.58	0.18
91.01.11	23241.02	98832	44.93	48.94		23848.71	0	0	48.94	-2.55	-1.17	0.19
91.01.14	23213.23	98795	44.60	48.90		23848.71	0	0	48.90	-2.66	-1.21	0.23
91.01.16	22442.70	97205	40.70	47.00	売	23848.71	-384	-6123	40.70	-5.90	-2.79	0.26
91.01.17	23446.81	97965	46.33	42.19		23848.71	0	0	42.19	-1.69	-2.04	0.27
91.01.18	23808.30	98610	48.05	42.59	買	23844.12	0	5381	48.05	-0.17	-1.39	0.29
91.01.21	23352.19	97755	45.69	47.54		23844.12	0	0	47.54	-2.08	-2.25	0.33
⋮												
91.12.26	22555.07	104959	0.00	4.21		24194.73	0	0	4.21	-5.42	4.96	5.10
91.12.27	22437.32	104950	0.00	4.18		24194.73	0	0	4.18	-5.92	4.95	5.11
91.12.30	22983.77	105098	0.00	4.28		24194.73	0	0	4.28	-3.63	5.10	5.16

<組み替え回数>

24回

<実現損益>

実現益計 1451万円
 実現損計 -1649万円
 損益合計 -198万円

<株式売買金額>

(初回購入分は除く)

購入金額計 47759万円
 売却金額計 94501万円
 売買合計 142259万円

(表2) CPPIシミュレーション結果

(価格:円, 金額:万円, 比率:%)

日付	日経平均	ポートフォリオ 時価総額	アクション	株式エク ス ポ ジ ャ	デルタ 理論値	組替え前 株式比率	株式 売買	簿 価	実現 損益	株 式 売買代金	組替え後 株式比率	リターン(%)		
												B&H	OBPI	安全資産
90.12.28	23848.71	100000	20000	40000	40.00	40.00	買	23848.71	0	40000	40.00	0.00	0.00	0.00
91.01.04	24069.18	100427	20427	40855	40.68	40.20		23848.71	0	0	40.20	0.92	0.43	0.10
91.01.07	23736.57	99894	19894	39788	39.83	39.85		23848.71	0	0	39.85	-0.47	-0.11	0.14
91.01.08	22897.84	98496	18496	36991	37.56	38.99		23848.71	0	0	38.99	-3.99	-1.50	0.15
91.01.09	22969.27	98624	18624	37247	37.77	39.06		23848.71	0	0	39.06	-3.69	-1.38	0.16
91.01.10	23047.36	98763	18763	37526	38.00	39.14		23848.71	0	0	39.14	-3.36	-1.24	0.18
91.01.11	23241.02	99096	19096	38192	38.54	39.34		23848.71	0	0	39.34	-2.55	-0.90	0.19
91.01.14	23213.23	99074	19074	38148	38.50	39.30		23848.71	0	0	39.30	-2.66	-0.93	0.23
91.01.16	22442.70	97798	17798	35596	36.40	38.49	売	23848.71	-128	-2046	36.40	-5.90	-2.20	0.26
91.01.17	23446.81	99399	19399	38798	39.03	37.41		23848.71	0	0	37.41	-1.69	-0.60	0.27
⋮														
91.12.26	22555.07	99460	19460	38920	39.13	37.78		24067.67	0	0	37.78	-5.42	-0.54	5.10
91.12.27	22437.32	99272	19272	38544	38.88	37.65		24067.67	0	0	37.65	-5.92	-0.73	5.11
91.12.30	22983.77	100208	20208	40416	40.33	38.21		24067.67	0	0	38.21	-3.63	0.21	5.16

<組み替え回数>

16回

<実現損益>

実現益計 123万円
 実現損計 -1040万円
 損益合計 -917万円

<株式売買金額>

(初回購入分は除く)

購入金額計 18262万円
 売却金額計 -17249万円
 売買合計 35511万円