

解 説

デリバティブ実践講座 - 8 -

～ 上級編 ～ OTC市場の実際(3)

エキゾチック・オプションズ

1 経路依存型 (path-dependent) オプション

さて、今月号より上場市場ではみることの出来ない「第二世代」オプションについて紹介していくことにしよう。まずは経路依存型と呼ばれるオプションを順次みていくことにする。

(1) ノックアウト／イン・オプション

ノックアウト・オプション：さまざまなエキゾチック・オプションの中でおそらくは最もポピュラーなのが、この消滅条件 (ノックアウト) 付オプションであろう。

図1

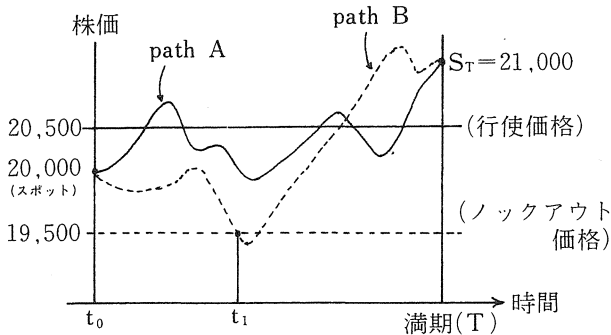


図1を御覧いただきたい。いま(t_0)日経平均のスポットを20,000円、行使価格20,500円、満期(T)まで6カ月間 ($T-t_0=6$ カ月) のヨーロピアン・コール・オプションを考えよう。一方満期、行使価格は同じながら、もし期間中、日経平均が一度でも19,500円を下回った場合そのオプションが消滅するという特約条項のついたコール・オプションを考えよう。このようなコール・オプションをノックアウト・コール又はダウン・アンド・アウト (down-and-out) コールマーケットが下落 (down) すると消えて (out) しまうのでと呼んでいる。

さて、これら2つのコール・オプションの満期のペイ・オフはどうなるのであろうか。図1では、満期の価格 (S_T) が21,000円になったと仮定して、そこに到る2つの経路 (pathと呼ばれる) A, Bを図示しておいた。

表1 コール・オプションの満期のペイ・オフ

	経路A	経路B	備考
通常のヨーロピアン・コール	500円	500円	経路独立 (path-independent)
ダウン・アンド・アウト・コール	500円	0円	経路依存 (path-dependent)

表1にある通り、通常のコールのペイ・オフはAを通ろうとBを通ろうと $\text{Max}(S_T - K, 0)$ の定義通り、500円の受け取り ($21,000 - 20,500$) となる。ところがノックアウト・コールの場合、経路Aを通った場合は通常のコール・オプションと同じ利得 (ペイ・オフ) をもらえるが、経路Bを通った場合には $t=t_1$ の時点でノックアウト価格 (knockout boundary) に到達してしまっているため、満期の価格レベル (S_T) にかかわらず、利得はゼロである。このように、通常のコール・オプションは、期間中どのような経路を通ってきたかにかかわらず、満期の価格のみによってペイ・オフが決定されるので、経路からは独立な (path-independent) オプションと言われる。これに対し、ノックアウト・コールの方は、Aを通ったかBを通ったかに依存してペイ・オフが決定されるタイプのオプションなので、経路依存的な (path-dependent) オプションと呼ばれるのである (因みに、確率過程論の用語では、ノックアウト境界のことを吸収壁 (absorbing barrier), また t_1 のことを最小到達時間 (first passage time) と呼んでいる。 t_1 が平均的にどのくらいの時間なのか、またどの程度ばらつきがあるのかは、このようなノックアウト・オプションには必ずしも関係ないが、後述するリベート付オプションのように、リベートがいつ支払われるかを考慮しなければならないオプションを考える場合には必要な概念である。)

ノックアウト・オプションは途中で消滅してしまうかもしれない可能性があるため、必ずヨーロピアン・オプションよりも安い。実際ノックアウト・オプションの評価式をみると、

$$(\text{ノックアウト}) = (\text{通常のオプション}) - (\text{消滅可能性ペナルティー})$$

という形をしており、直観的にも納得しやすい形となっている。評価式そのものは、今から20年も前に Robert Merton (1973) によって明らかにされた。ここでそれを配当修正を施した上で、整理して再掲すれば、

$$C_{KO} = C_E(S, K, r, \delta, \sigma, t) - A \cdot C_E(H, \frac{S \cdot K}{H}, r, \delta, \sigma, t)$$

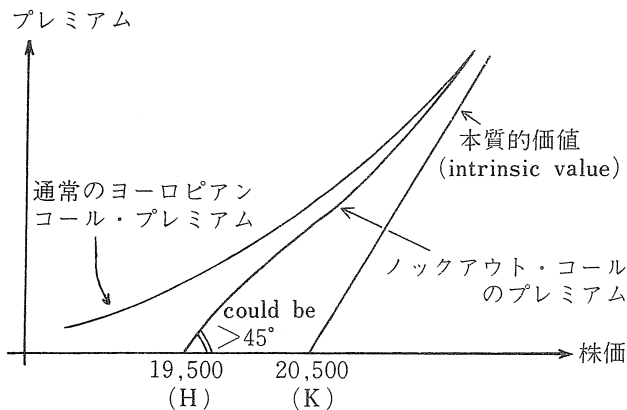
ここで、

- C_{KO} : ノックアウト・コールのプレミアム評価式
- C_E : ヨーロピアン・コールのプレミアム評価式 (Garman-Kohlhagen, Grabbe)
- S: 日経平均のレベル
- K: 行使価格
- H: ノックアウト価格 ($H < S, K$)
- r: 安全金利 (連続複利)
- δ : 配当利回り (連続複利)
- σ : ボラティリティ
- t: 満期迄の期間

であり, $A = \left(\frac{S}{H}\right)^\lambda$, ただし $\lambda = -\frac{2(r-\delta)}{\sigma^2}$ である。

本稿ではオプションの数理を展開することが目的ではないので, Mertonに敬意を表して上記を示すとどめるが, 経路依存型のオプションは算術平均オプションを除くと基本的に全て解析的に (closed-formの形で) 評価式を導くことが出来る (ただし, それらは通常のオプション評価式に比べるとかなり煩雑であるが。またここでは二項モデルやfinite difference methodによる解法及びその留意点, モンテ・カルロ法などの諸点についても全て省略する。)

図2 プレミアムの比較 (ノックアウト)

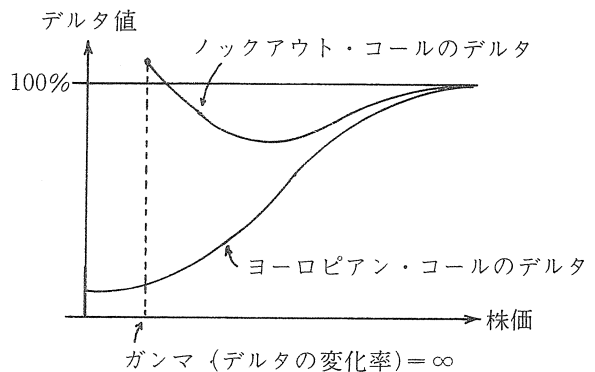


本題にもどる。図2は通常のコールとノックアウト・コールのプレミアム比較である。ノックアウト・オプションのプレミアムは, ノックアウト価格(H)に向けて少なくなっていく, 当然のことながらHにおいてゼロとなる。このことは実はノックアウト・オプションに特徴的なひとつ面白い特性を引き出す。それはノックアウト境界が, スポット価格に非常に近い場合におこるのだが, ヘッジ・デルタが100%を超えたり, 買い持ちでありながら, ネガティブ・ガンマになったりすることがありえるのである (図3参照)。

Hに向かって急激にプレミアムが減少していくので, その株価軸に対する接線の「傾き」が45度を超えるため

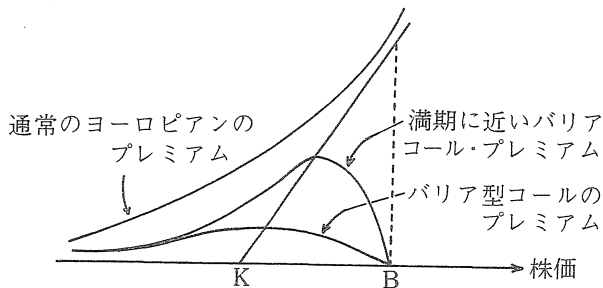
である。またノックアウト・ポイントにおいてはオプションが消滅するので, 100%を超えているデルタ・ヘッジ・ポジションを, 理論的には一瞬のうちに解消しなくてはならない (存在しないものに対するヘッジは当然ながらゼロなにもない一なのである。)。これが実務上, 市場の流動性の問題を通常のオプション以上に真剣な問題とすることはお分り頂けると思う (ヘッジ・アンワインディングのリスク)。ただし, 一般的に言って, ガンマ・リスク, ベガ・リスクはきわめて小さく (評価式の形をみるとほぼ自明であろう), トレーダーからすれば, 消滅していくごとにクレジット・ラインを何回も使えるという点も含め, 実は扱いやすいオプションとすることができる。

図3 デルタ値の比較 (概念図)



バリア・オプション: さて, 今度はノックアウト・ポイント (吸収壁) が上方にある場合のコール・オプションを考えよう。これを特にバリア型コール・オプションと呼ぶことがある。図4をみて頂きたい。コール・オプションにとっては, イン・ザ・マネー側に吸収壁が存在するため, イン・ザ・マネーになってもオプションの価値はさほど上昇しない。むしろバリア・ポイント (図4のB点) に向けてプレミアムは再び減少していく。従ってデルタが殆ど存在しないつまりヘッジしにくいオプションで, 曲線をみればわかるように, 買い持ちであってもガンマはネガティブ部分が多い。このようなオプションが実際上何の役に立つのかと訝られるかもしれないが, 実はノック・イン型のオプションを作るために欠かせないオプションなのである (なお表2を参照)。また, このオプションに, 株価がB点に達した場合のみ(B-K)のキャッシュを支払う経路依存型デジタル(リポート)・オプションを組み合わせると, 株価がBに達すると自動的にオプションが清算されてB-K (日経指数のレベルと行使価格との差) が支払われるという, 自動権利行使型オプションを作ることが出来るのである。

図4 プレミアムの比較 (バリア型)



ノック・イン・オプション：これまで紹介した2つは、ノックアウト・ポイントが上方にあるか下方にあるかの違いはあるが、いずれも消滅するオプションであった。これに対して上方壁か下方壁に触れると発生するオプションも考えることができ、これらをノック・イン・オプションと呼んでいる。

これまでの議論は、全てコール・オプションを例にとってきたが、当然プットにも同様の考え方が適用できる。整理すると、

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{(オプションの種類)} \\ \text{コール/プット} \end{array} \right\} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{(境界の位置)} \\ \text{アップ/ダウン} \end{array} \right\} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{(発生・消滅条件)} \\ \text{イン/アウト} \end{array} \right\}$$

の組み合わせで8種類のオプションが考えられるのだが、実はコールのノックアウトとバリア、プットのノックアウトとバリアで残りの全ての“イン”オプションは作成できる(表2を見よ)。

表2 ノックイン・アウト・オプションの一覧 (コール)

	アップ	ダウン
イン	ヨーロピアン・買い + ②の売り	ヨーロピアン・買い(ITM) + ①の売り
アウト	バリア・コール②	ノックアウト・コール①

(プット)

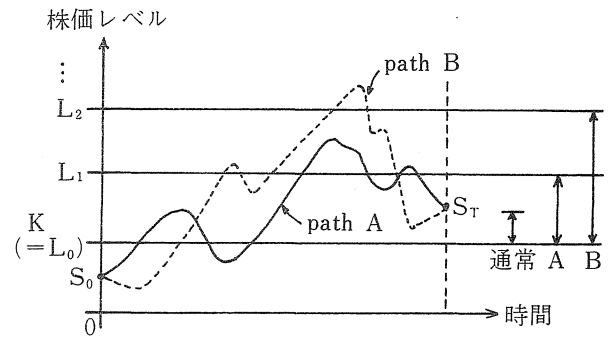
	アップ	ダウン
イン	ヨーロピアン・買い + ③の売り	ヨーロピアン・買い + ④の売り
アウト	ノックアウト・プット③	バリア・プット④

通常はアップ・アンド・インのコール、ダウン・アンド・インのプットを“ノック・イン”オプションと呼んでいるようである。次にこれらのオプションを使った応

用例をみてみよう。

応用例1—ラダー (ladder)・オプション：応用例の1つとしてラダー (はしご) 型オプションと呼ばれるものを紹介してみよう。図5を見ていただきたい。

図5 ラダー・オプションのペイ・オフ



通常のヨーロピアン・コール・オプションの場合、期中にいくら株価が上昇しても、満期価格が高値より下落していれば結局、期中の上昇は享受できず、 $S_T - K$ のみの受け取りとなる。これに対しラダー・オプションはあらかじめ、行使価格の上にはしごの水準 (L_1, L_2, \dots) を設定し、期中一度でもある一つのはしごの上まで、株価水準が上昇すれば、少なくともそのはしごのレベルは満期の水準にかかわりなく保証しようとするものである。図5において、経路Aを通ったケースでは、最高値が L_1 を超えているが L_2 には届いていない。この場合のペイ・オフは、たとえ満期の価格が S_T であっても、 $L_1 - K$ が支払われる。また経路Bのような株価の動きになった場合、 L_1 のみならず L_2 も超えている。従ってBの場合には、 S_T の水準が L_2 以下であっても $L_2 - K$ が支払われるのである。このように株価が、はしごを登っていく如く、1つのはしごをクリアする毎にペイ・オフが保証されていくのはしご型オプションと呼ばれている。通常のヨーロピアン・オプションに比べてムシが良いから、当然にプレミアムは普通よりも高い。但し、期中の最高値と行使価格との差を保証しているわけではない(実はこの最高値—行使価格を保証する更にムシの良いオプションもあって、これが所謂、行使価格固定型ルックバック・オプション (fixed strike lookback, look forward とも) である。)。はしごをどのレベルに何段かけるかは自由に設定できる。いわばルックバック・オプションの離散型 (discrete) バージョンであるが、前記の通り最高値を保証しているわけではないので、ルックバック・オプションよりはプレミアムは安い。

紙幅の関係上、詳細に解説する余裕はないが、はしご

をどうやって架けるか一段分だけみておこう。

行使価格Kの上にL₁のレベルでラダーをつくるとすると、

- 行使価格KとL₁の通常のコール・スプレッドの買い持ち
- 行使価格L₁、ノック・イン価格L₁のアップ・アンド・イン・プットの買い持ち
- 行使価格K、ノック・イン価格L₁のアップ・アンド・イン・プットの売り持ち

で完成である。アップ・アンド・イン・プットはそれぞれ通常のプットとノックアウト・プットに分解できるのは先に述べた通りである。

一段だけのラダー・オプションをみると、それは先に紹介した自動権利行使型コール・オプションと非常によく似ていることに気付かれるかもしれない。違いは、自動権利行使型のペイアウトが直ちに発生する(immediate型)のに対し、一段ラダーの方は、支払額は確定しても、支払いは満期迄発生しない(stay型)。経路依存的な点は全く同じだが、当初満期以前にプレミアム支払いが起る可能性のある自動権利行使型オプションの方がプレミアムは高くなる。

応用例2—ノック・イン・ストラドルの売り：これは応用というより直接的な戦略であるが、市場がある範囲で動くと考えている場合に有効な戦略である。たとえば日経平均のレベルを20,000円とし、今後6カ月間でマーケットは17,000円から24,000円のレンジに収まるであろうと予想しているとする。戦略としては

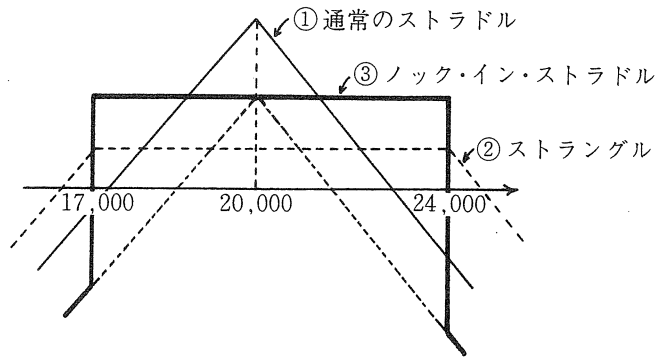
- ① 20,000のストラドル売り
- ② 17,000—24,000のストラングル売り

が普通考えられるが、

- ③ 20,000ストライクで17,000円(プット)と24,000円(コール)発生条件付ストラドルの売り

というも考えられる。プレミアム受取額の多さは①>③>②となる。また③はノック・イン・レベルがスポットから遠い程、プレミアムが安くなるのは自明であろう。図6にそれぞれのプレミアム関係を示しておいた。

図6 ノック・イン・ストラドル戦略



※ 17,000~24,000の間では常に一定のプレミアムを享受できる。

以上、ノック・イン/アウト・オプションについて簡単なスケッチを試みた。既存のオプションを用いたノックアウト・オプションのトリッキーな(ただし理論的にはrobustな)模倣戦略やイールド・カーブの存在など実務上述べべき点がいくつか残っているが、それらについての説明は別の機会に譲ることをお許し願いたい(なお、イールド・カーブやボラティリティのマトリクス構造については長期オプションに固有のリスクの項で簡単に触れる予定)。先月号の分類表のまだ一番最初が終わったばかりである。ただ実務上一番利用されるオプションなので、いろいろ紹介しているものと御了解頂ければ幸いです。

要領の悪さを反省しつつ、次号以降、分類表に従ってかけ足で解説を試みる予定である。(続)

(T. O.)