先物・オプションマーケット

ボラティリティと株価変動

～IV変動から原資産のリスクプレミアムを推定する～

大和総研 投資調査部
櫻　岡　　崇

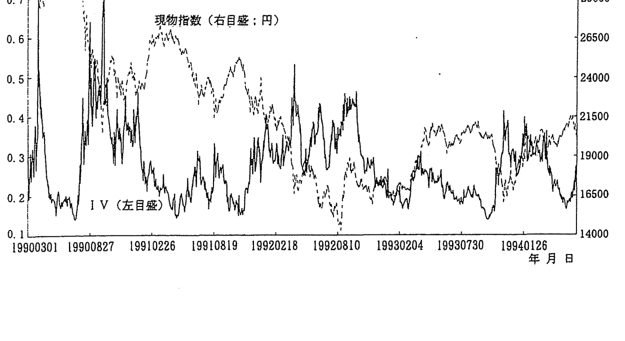
1　はじめに

日本のオプション取引のアイドル・スター的存在である日経平均株価オプションが89年６月にスタートして，今年ではや５年が経過した。この５年のあいだに証券投資分野におけるオプション理論を中心とした研究がかなり活発になされてきた。

オプション・プレミアムは幾つかの要因によって決定されているが，逆にオプション・プレミアムのデータから理論モデルを利用することにより，これらの要因を推定することができる。オプション市場から取り出せる情報として大きな意味を持つものに，将来の原資産のリスク指標であるIV（インプライド・ボラティリティ）がある。図１に1990年３月１日～1994年６月29日の期間についてブラック＝ショールズ・モデルを用いて算出したIVと日経平均株価の推移を示した(注)。まず，一見してこれらの変動の間に負の相関がありそうだということがわかろう。以前から，ボラティリティと株価変動の関係については議論されており，Andrew A. Christie (1982) は，ボラティリティと株価変動の間の負の相関が認められることを示している。

本稿では，このオプション市場から得られるIVと株価変動を結び付けるモデルを考え，日経平均株価におけるリスク単位当りのプレミアムを推定してみた。ここでは，株価変動を期待収益率と期待株価の変化ととらえ，さらに期待収益率が無リスク金利とリスクプレミアムによって決定されると考える。なお，分析期間は図１に示した期間を対象とした。

図１　日経平均株価オプションＩＶと現物指数の推移
（1990年３月１日～1994年６月29日）



2　モデル

以下のようなモデルを考える。

$$P_0=\frac{E_0(T)}{(1+Rf_0+\rho_0\sigma_0)^T}\quad\cdots\cdots\quad(1)$$

ただし，

P_0　　　：時点０における株価

$E_0(T)$　：時点０において予想しているＴ年後の期待株価

Rf_0　　：時点０における無リスク金利

σ_0　　　：時点０におけるリスク（Ｔ年後の対数株価の確率分布の年率標準偏差）

ρ_0　　　：時点０におけるリスク単位当りのプレミアム

すなわち，株価は常に期待株価とその期間のリスクに見合った期待収益率で決定される均衡水準にあるとしよう。したがって，日々株価が大きく変動するのは期待株価やリスクプレミアムが日々変化するためと考える。

Δt年後を時点１とすると，この間の株価変動は式(1)より，

$$\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)=\ln\left(\frac{E_1(T)}{E_0(T)}\right)-T\cdot\ln\left(\frac{1+Rf_1+\rho_1\sigma_1}{1+Rf_0+\rho_0\sigma_0}\right)\quad\cdots\cdots\quad(2)$$

で表わされる。ここで，時点１における(Ｔ−Δt)年後の期待株価を時点０での期待の修正値と考え$E'_0(T)$で表わすと，

$$E_1(T)=E'_0(T)\cdot(1+Rf_1+\rho_1\sigma_1)^{\Delta t}\quad\cdots\cdots\quad(3)$$

である。つまり，式(2)の右辺第１項が示している，期待株価の時点０から１への変化は，期待株価がΔt年分成長する効果と時点０での期待値が修正される効果に分けられる。したがって，式(2)は

$$\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)=\Delta t\cdot\ln(1+Rf_1+\rho_1\sigma_1)\quad\cdots\cdots\quad\text{期待収益率の実現}$$
$$+\ln\left\{\frac{E'_0(T)}{E_0(T)}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots\quad\text{期待株価の修正倍率}$$
$$-T\cdot\ln\left(\frac{1+Rf_1+\rho_1\sigma_1}{1+Rf_0+\rho_0\sigma_0}\right)\quad\cdots\cdots\quad\text{期待収益率の修正}$$
$$\cdots\cdots\quad(4)$$

と書換えられる。さらに，xが微小のとき$\ln(1+x)\approx x$と近似できることから，

$$\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)=\Delta t\cdot(Rf_1+\rho_1\sigma_1)\quad\cdots\cdots\quad\text{期待収益率の実現}$$
$$+\left\{\frac{E'_0(T)}{E_0(T)}-1\right\}\quad\cdots\cdots\quad\text{期待株価の修正率}$$
$$-T\cdot(Rf_1-Rf_0)\quad\cdots\cdots\quad\text{無リスク金利の変化}$$
$$-T\cdot(\rho_1\sigma_1-\rho_0\sigma_0)\quad\cdots\cdots\quad\text{リスクプレミアムの修正}$$
$$\cdots\cdots\quad(5)$$

としよう。すなわち，期待株価，無リスク金利，リスク

プレミアムに変化がなければ期待収益率がΔt年分だけ実現する。一方，これらが変化した場合，これが及んだ予想期間Tに応じて株価にこれらの調整が加えられることになる。

3　リスク単位当りのプレミアムの推定

式(5)をこのまま使用してリスクプレミアムを推定することはできない。観測データで代替可能な変数は，①株価（日経平均株価），②無リスク金利（現先１か月レート），③リスク（日経平均株価オプションIV）である。そこで，これらの日次データを用い，回帰分析によりリスク単位当りのプレミアムを推定することを念頭におき，以下の単純化を図った。

(1)　Tは１年とする。

株価の予想期間は，調査機関の企業業績予想の期間等から考えて，あまり長期には及ばないとした。また，リスクの代替指標として用いるIVは短期的な指標であるため，あまり長期には適さないことも考慮した。

(2)　リスク単位当りのプレミアムρは一定とする。

リスク単位当りのプレミアムはリスク許容度の逆数的な尺度であり，Sharpe(1990)が議論したように，富の状態により変化すると考えられるが，急激な変化はしないと仮定し，回帰期間中では一定とした。

これにより，式(5)は以下に示すようになる。

$$\ln\left(\frac{P_1}{P_0}\right)+\{(1-\Delta t)\cdot Rf_1-Rf_0\}$$
$$=\left\{\frac{E'_0(T)}{E_0(T)}-1\right\}-\rho\cdot\{(1-\Delta t)\cdot\sigma_1-\sigma_0\}\cdots\cdots\quad(6)$$

この式(6)において，Δtを１日（$\frac{1}{250}$年）とし，左辺を被説明変数，右辺第２項の{}内を説明変数として回帰によりρを求める。したがって，回帰誤差は右辺第１項の期待株価の修正効果を示すことになる。以上，少々無理があるが，第１のステップとしてこの様な単純なモデルによって，リスク単位当りのプレミアムがどのように推定されるのかを見てみよう。なお，回帰期間は120日とした。

4　結果

まず，図２に回帰により求められたリスク単位当りのプレミアムρとこれを０とする帰無仮説に対するt値の推移を示した。また，誤差の定数項と同様のt値を図３に示した。これらの図から，(1)ρの推定値は，おおむね有意である。しかし，変化の幅は大きく，かなり急激な低下を示し，有意でない時期が存在する。(2)誤差の定数項の値はおおむね有意ではない，と言えよう。

図２　推定されたリスク単位当りのプレミアム推移
（1990年８月27日～1994年６月29日）

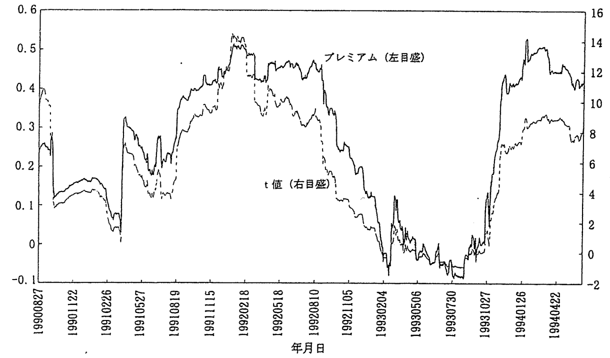
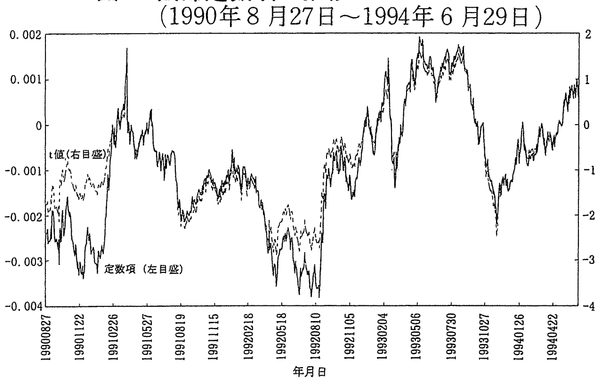


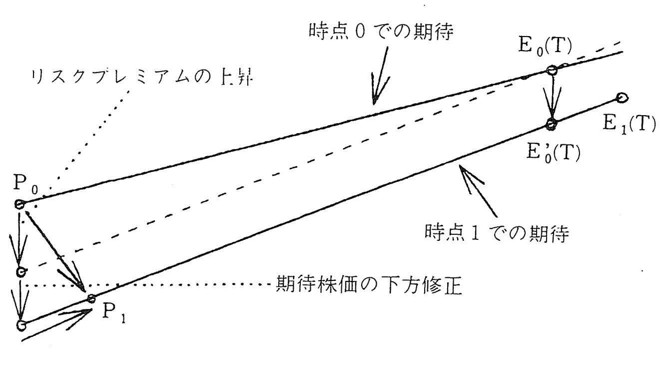
図３　回帰定数項の推移
（1990年８月27日～1994年６月29日）



次に，これらの推移を日経平均株価と照らし合わせてみると（図４，５を参照），以下の様な特徴がある。

(1)　1992年１月～1992年８月

金融システム不安を中心とした下落相場の期間であり，リスク単位当りのプレミアムρが高水準であり，リスク許容度が非常に低い水準になっていたことがわかる。IVはこの期間上昇傾向であり（図１参照），トータルでみたリスクプレミアムも上昇している。一方，期待株価の変動を示す回帰誤差の定数項は負の値を示し，この期間において期待株価がリスク調整以上に下方修正されていたことがわかる。これらを模式化して下図に示した。



(2)　1992年８月～1993年９月

公的資金によるPKO，金利低下を背景とした金融相場

の期間であり，リスク単位当りのプレミアムρが著しく低下しており，リスク許容度が極端に高くなっていたことがわかる。IVは下落傾向であり，トータルでみたリスクプレミアムも低下している。一方，回帰誤差の定数項は正の値を示しており，この期間において期待株価がリスクと無関係に上方修正されていたことがわかる。

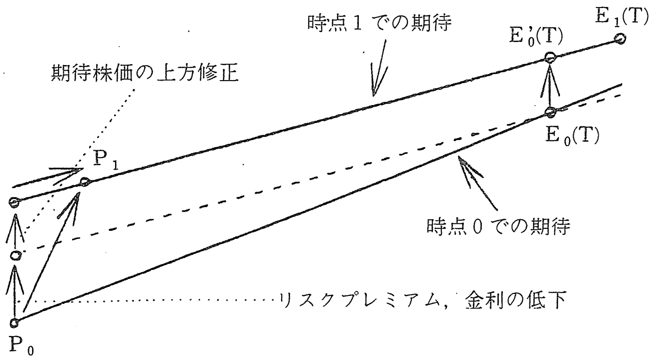
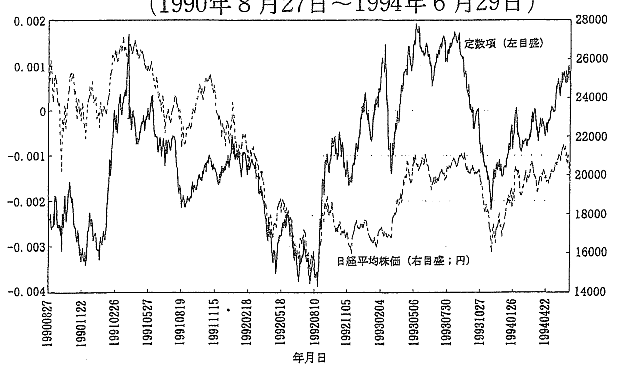


図４　推定されたリスク単位当りのプレミアム推移
（1990年８月27日～1994年６月29日）

図５　回帰定数項の推移
（1990年８月27日～1994年６月29日）



以上のように，日経平均株価の相場に照らし合わせた特徴は，非常に納得性が高いと言えよう。

5　まとめ

今回は，非常に単純化したモデルでリスク単位当りのプレミアムの推定を試みた。かなり強引な仮定をおいたにもかかわらず，推定されたリスク単位当りプレミアムの推移を株式相場と照らし合わせてみると，相対的な変化としては納得性の高い結果であった。ただし，株価の予想期間Tを１年と決めてしまったこと，リスク単位当りのプレミアムを一定として回帰によって推定しているなど，絶対値でみた場合には問題点も多い。今後，これを第１のステップとして，期待株価の変動，ボラティリティの変動，株価の予想期間T，リスク単位当りのプレミアムの変動に関する研究を行っていく必要があろう。

（注）IVは，日経平均株価の終値にもっとも近い３つの権利行使価格のプットとコールのオプション・プレミアムを用いて，原資産価格を同時推定する形で計算した。オプション・プレミアムのデータは１分刻みのザラバデータを用いており，14：56から大引けまでのあいだで同時刻に値がついた上記の権利行使価格の銘柄がプット，コールとも１銘柄以上の時刻のデータを採用した。詳しくは参考文献の２を参照。

〈参考文献〉

１．Christie, Andrew A., "The Stochastic behavior of common stock variances." Journal of Financial Economics. 10(1982)
２．櫻岡　崇　「日本の株式派生証券市場」大和投資資料94年６月号
３．Sharpe, E. F.　「投資家の富の測定と期待リターン」投資工学90年４月号