解　説

パソコンで学ぶ株価指数先物・オプション講座（4）

III　株価指数オプション取引

今回から株価指数オプション取引について学ぶ。まずはオプションの価格付け理論のうち最も簡単であり，かつ一般的によく利用されているBS（ブラック・ショールズ）モデルの考え方を簡単に紹介する。さらにオプション取引を理解する上で最も重要な概念であるボラティリティのうち，過去の価格から推定するヒストリカル・ボラティリティを算出し，オプションの理論価格を計算する。

なお，本講座はできるだけ数式を使わずに説明しようとするあまり，数学的に厳密性を欠いた部分や説明不足な点が多々あると思われるが，初心者向けということでご了承いただきたい。

◆BS（ブラック・ショールズ）モデル

まず株式の収益率というものを考える。これは一定期間中の価格の増分を期初の価格で割ったもので

$$収益率=\frac{価格の増分}{期初の価格}$$

である。例えば平成９年３月24，25日の日経平均株価は以下の表の通りであるから

日　付	日経平均株価(終値)
平成９年３月24日	18,043.82
３月25日	18,439.61

この１日の日経平均株価の収益率は

$$収益率=\frac{18439.61-18043.82}{18043.82}=0.021935$$

となる。

当然のことながら将来の株価を知ることはできないので，現在から将来のある時点までの収益率をあらかじめ知ることはできない。そこで収益率がどうなるのかを確率的に考えていくのであるが，BSモデルでは微少な期間に対してこの収益率を

①期間に比例して増加（あるいは減少）する部分

②正規分布に従う不確実な部分（平均は０，分散は期間に比例して増加する）

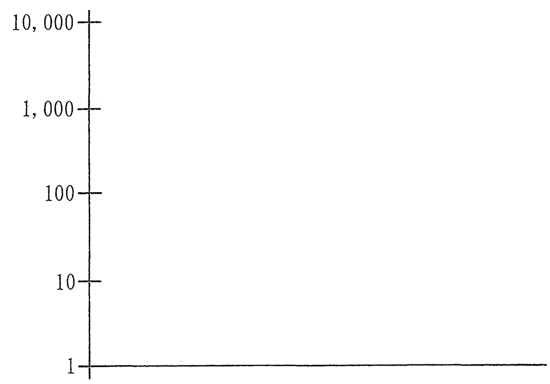
の２つの和として表すことができると仮定し，式をたて，それを解いていく。結果だけを示すと

$$\log\left(\frac{将来の株価}{現在の株価}\right)が正規分布に従う$$

（但しその分散は期間に比例する）

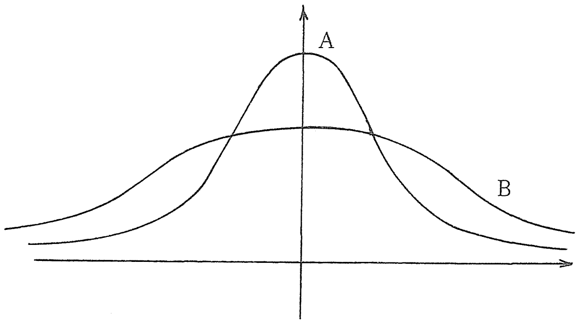
となる。さらに株価の期待値が，株価の先渡（先物）理論価格と同じになるという前提を使うことによって，従う正規分布の平均が求まる。このようにして将来の株価分布が推定できる。

「log」は自然対数で「ln」と書かれることもある。Excelでは第１回で紹介したLN関数を使って計算できる。少し話はそれるが「ところで一体，対数って何なんですか。」という質問を受けて筆者も戸惑ったことがある。数学的にはきちんとした説明の仕方があるだろうが端的かつ具体的に言うと「1,000円と1,100円の差が，100円と110円の差と同じになる世界」といえないだろうか？経済効果からいえば1,000円の株が1,100円になるのと，100円の株が110円になるのは同等であるので，株価の推移のグラフは，株価のレンジが非常に大きい場合，例えば過去30年間の日経平均株価の推移を扱うときなどは対数目盛が使われることがある。



対数目盛〈図１〉

正規分布については第１回で少し述べたが，もう少し補足しておこう。図２の曲線A，Bはいずれも正規分布を表しており，平均も等しいのだが分布の「散らばり方」が異なる。この「散らばり方」が分散という特性値である。図１の場合Bの方がAよりも分散が大きい。また分散の平方根を標準偏差という。



〈図 2 〉

BSモデルの結果に戻ろう。分散は期間に比例するので，その比例定数をVとおくと

$$分散 = V \times 期間$$

と表すことができる。さらに$\sigma = \sqrt{V}$ とおくと

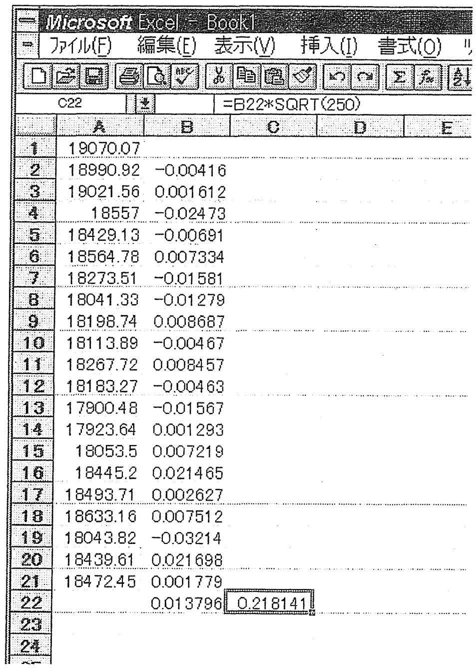
$$\begin{aligned} 標準偏差 &= \sqrt{分散} \\ &= \sqrt{V \times 期間} \\ &= \sigma \times \sqrt{期間} \end{aligned}$$

となる。このσがボラティリティと呼ばれる概念である。σが大きいと収益率のうち②の不確実な部分の散らばり方が大きい，つまり値動きが激しいということになる。

◆ヒストリカル・ボラティリティ

さてこのボラティリティであるが，現時点の株式のボラティリティというものは確定することはできない。そこで過去の値動きから推定するのだが，このようにして求めたボラティリティをヒストリカル・ボラティリティと呼ぶ。それでは日経平均株価のヒストリカル・ボラティリティを求めてみよう。

- セルA 1 からA21までに直近21営業日の日経平均株価の終値を入力する（図 3 では平成 9 年 2 月25日から 3 月26日まで)。
- セルB 2 に
  =LN（A 2 /A 1)
  と入力し，セルB 3 からB21までにコピーする。これが上の$\log\left(\dfrac{将来の株価}{現在の株価}\right)$にあたる。
- セルB22に
  =STDEV（B2；B21)
  と入力する。これはセルB 2 からB21までのデータを正規分布の標本とみなし，標準偏差を求めている。
- セルC22に
  =B22*SQRT（250)
  と入力する。セルB22の結果は 1 営業日あたりのボラティリティである。ここでは 1 年（250営業日）あたりのボラティリティに換算している（図 3)。


Microsoft Excel - Book1
ファイル(F)　編集(E)　表示(V)　挿入(I)　書式(O)
C22　=B22*SQRT(250)

	A	B	C	D	E
1	19070.07				
2	18990.92	-0.00416			
3	19021.56	0.001612			
4	18557	-0.02473			
5	18429.13	-0.00691			
6	18564.78	0.007334			
7	18273.51	-0.01581			
8	18041.33	-0.01279			
9	18198.74	0.008687			
10	18113.89	-0.00467			
11	18267.72	0.008457			
12	18183.27	-0.00463			
13	17900.48	-0.01567			
14	17923.64	0.001293			
15	18053.5	0.007219			
16	18445.2	0.021465			
17	18493.71	0.002627			
18	18633.16	0.007512			
19	18043.82	-0.03214			
20	18439.61	0.021698			
21	18472.45	0.001779			
22		0.013796	0.218141		
23					
24					

〈図 3 〉

こうして得られたセルC22の値が，日経平均株価のヒストリカル・ボラティリティである。但しここでは21営業日の終値を用いたが，サンプルの取り方や数についてはいろいろな方法が考えられる。

◆オプション理論価格

満期におけるコール・オプションの価値は

株価が権利行使価格以下の場合	0
株価が権利行使価格以上の場合	株価－権利行使価格

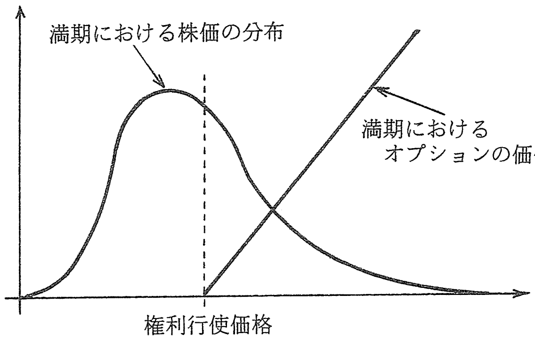
プット・オプションの価値は

株価が権利行使価格以下の場合	権利行使価格－株価
株価が権利行使価格以上の場合	0

である。

オプションの満期において推定される株価の分布とこの満期におけるオプションの価値とを重ねあわせることにより（図 4 ，但しコール・オプションの場合)，満期におけるオプションの価値の期待値を求めることができる。日経平均株価指数オプション取引は満期時にのみ権利行

使できるヨーロピアン・オプションなので，その期待値の現在価値がオプションの理論価格となる。



〈図４〉

配当を無視した場合の結果を示すと以下のようになる。

コールの理論価格

$= S \cdot N(d) - K \cdot e^{-rt} \cdot N(d - \sigma\sqrt{t})$

プットの理論価格

$= -S \cdot N(-d) + K \cdot e^{-rt} \cdot N(-d + \sigma\sqrt{t})$

ただし

$$d = \frac{\log\frac{S}{K} + r\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} + \frac{\sigma\sqrt{\tau}}{2}$$

S	現時点の株価
K	権利行使価格
τ	満期までの期間(年)
r	非危険利子率
$N(x)$	標準正規分布の累積密度関数 (ExcelではNORMSDIST関数)
σ	原株のボラティリティ

それでは始めよう。

- セルＢ１に現在の日経平均株価を入力する。
- セルＢ２に権利行使価格を入力する。
- セルＢ３に満期日を入力する。
- セルＢ４に非危険利子率を入力する。
- セルＢ５に先程求めたボラティリティを入力する。
- セルＢ７に

  ＝(B3－TODAY())/365

  と入力する。これは満期までの期間の年換算したものである。
- セルＢ８に

  ＝(LN(B1/B2)＋B4＊B7)/B5＊SQRT(B7)＋B5＊SQRT(B7)/2

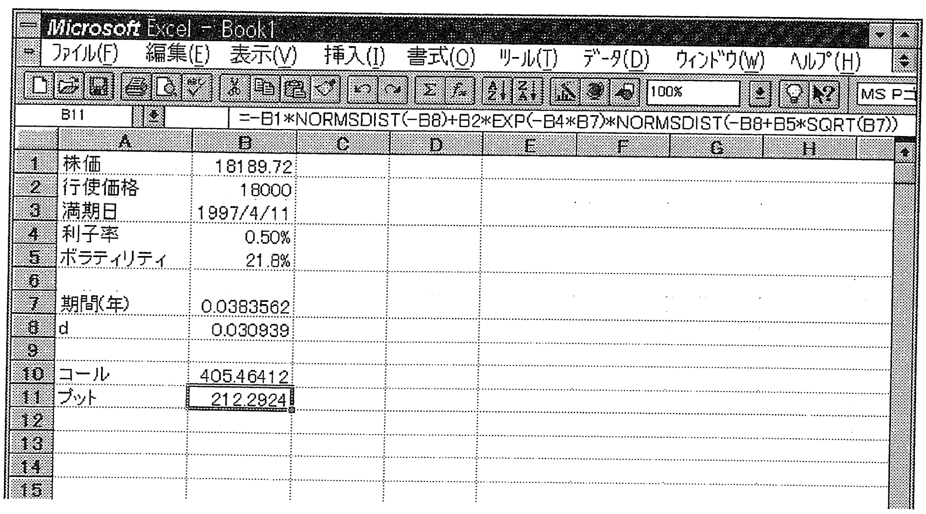
  と入力する。これは上の式のdの値である。
- セルB10，B11にそれぞれ

  ＝B1＊NORMSDIST(B8)－B2＊EXP(－B4＊B7)＊NORMSDIST(B8－B5＊SQRT(B7))

  ＝－B1＊NORMSDIST(－B8)＋B2＊EXP(－B4＊B7)＊NORMSDIST(－B8＋B5＊SQRT(B7))

  と入力する。これがオプションの理論価格となる(図５)。

次回も引き続き株価指数オプション取引について学ぶ。



〈図５〉

日本債券信用銀行
キャピタル・マーケット 第４グループ
エクイティ・トレーディングチーム
プログラム・アナリスト　嶋　澤　宗　一