

### 解 説

## パソコンで学ぶ株価指数先物・オプション講座 (5)

- Microsoft, Windowsは、米国Microsoft Corporationの米国及びその他の国における登録商標です。
- Microsoft® Excel for Windows® 95の画面の使用に際して米国Microsoft Corporationからの許諾を得ています。

### III 株価指数オプション取引

今回も株価指数オプション取引について学ぶ。前回はBSモデルに基づいてヒストリカル・ボラティリティから、オプションの理論価格を算出したが、今回は価格だけでなく、デルタ、ガンマ、セータ、ベガなどのリスク指標も算出してみる。またオプションの実勢価格からボラティリティを逆算するインプライド・ボラティリティ

の計算も試みる。

#### ◆リスク指標

各リスク指標の定義を以下の表にまとめる。

デルタ	株価指数が1動いたときのオプション価格の変化
ガンマ	株価指数が1動いたときのデルタの変化
セータ	1日経過したときのオプション価格の変化
ベガ	株価指数のボラティリティが1%動いたときのオプション価格の変化

これらは数学でいう偏微分という作業によって計算できる。但しセータに関しては1日経過すると満期までの期間は1日少なくなるということに、ベガに関しては1%あたりに換算することに注意する。結果だけを示すと以下ようになる(各変数は前回参照)。

指標	コール	プット
デルタ	$N(d)$	$N(d) - 1$
ガンマ	$\frac{1}{S \times \sigma \times \sqrt{\tau}} \times \phi(d)$	
セータ	$\left(\frac{S \sigma}{2\sqrt{\tau}} \phi(d) + Kre^{-r \cdot \tau} \cdot N(d - \sigma\sqrt{\tau})\right) \times \left(-\frac{1}{365}\right)$	$\left(\frac{S \sigma}{2\sqrt{\tau}} \phi(d) - Kre^{-r \cdot \tau} \cdot N(-d + \sigma\sqrt{\tau})\right) \times \left(-\frac{1}{365}\right)$
ベガ	$S \times \sqrt{\tau} \times \phi(d) \times \frac{1}{100}$	

但し  $\phi(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}d^2}$

これをExcelで計算しよう。

- 前回と同様に株価、行使価格、満期日、利子率、ボラティリティの値を入力する。
- セルB7に期間の式  
 $= (B3 - TODAY()) / 365$   
 を入力する。
- セルB8にdの式  
 $= (\text{LN}(B1/B2) + B4 \cdot B7) / (B5 \cdot \text{SQRT}(B7)) + B5 \cdot \text{SQRT}(B7) / 2$ を入力する。
- セルB9に  
 $= \text{EXP}(-1/2 \cdot B8^2) / \text{SQRT}(2 \cdot \text{PI}())$   
 と入力する。これは上の $\phi(d)$ の式である。
- セルC12, C13にそれぞれ  
 $= \text{NORMSDIST}(B8)$   
 $= \text{NORMSDIST}(B8) - 1$   
 と入力する。これがデルタの式である。

- セルD12に  
 $= B9 / (B1 \cdot B5 \cdot \text{SQRT}(B7))$   
 と入力する。これがガンマの式である。
- セルE12, E13にそれぞれ  
 $= (B1 \cdot B5 / (2 \cdot \text{SQRT}(B7))) \cdot B9 + B2 \cdot B4 \cdot \text{EXP}(-B4 \cdot B7) \cdot \text{NORMSDIST}(B8 - B5 \cdot \text{SQRT}(B7)) \cdot (-1/365)$   
 $= (B1 \cdot B5 / (2 \cdot \text{SQRT}(B7))) \cdot B9 - B2 \cdot B4 \cdot \text{EXP}(-B4 \cdot B7) \cdot \text{NORMSDIST}(-B8 + B5 \cdot \text{SQRT}(B7)) \cdot (-1/365)$   
 と入力する。これがセータの式である。
- セルF12に  
 $= B1 \cdot \text{SQRT}(B7) \cdot B9 / 100$   
 と入力する。これがベガの式である。これらの結果を図1に示す。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	株価	19151.12							
2	行使価格	19000							
3	満期日	1997/6/13							
4	利子率	0.50%							
5	ボラティリティ	19.02%							
6									
7	期間(年)	0.1178082							
8	d	0.1630168							
9	φ(φ)	0.3936765							
10									
11		価格	デルタ	ガンマ	セータ	ベガ			
12	コール	581.93685	0.564747	0.000315	-5.86332	25.87745			
13	プット	419.62836	-0.43525		-5.60319				
14									
15									

〈図1〉

◆インプライド・ボラティリティ

BSモデルのヨーロピアン・オプションの式を今まで学んできたわけだが、これを入力値、出力値という観点に着目して図示すると図2のようになる。

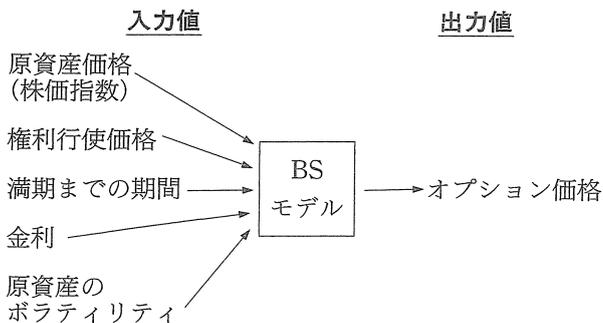


図2

つまり5つの入力値を与えることにより、1つの出力値であるオプション価格が算出できる。この5つの入力値のうち、原資産のボラティリティについては現在の値を知ることはできず、過去の履歴から推定するしかなかった。逆に言えば原資産価格、行使価格、期間、金利については確定しているので

原資産のボラティリティが決まる→

オプション価格が決まる

と言える。またこの逆、すなわち

オプション価格が決まる→

原資産のボラティリティが決まる

とも言える。ここでオプション価格に実勢価格を適用すると、原資産のボラティリティが市場によってどの程度と評価されているかが算出されることになる。このよう

にして求めたボラティリティをインプライド・ボラティリティという。

BSモデルの式はボラティリティについて解析的に解けない、つまり数式の変形により

ボラティリティ=……

という形にすることはできないので、数値的に解かなければならない。これは例えばコール・オプションの場合、理論価格の式(前回参照)

$$\text{コールの理論価格} = S \cdot N(d) - K \cdot e^{-r \cdot t} \cdot N(d - \sigma \sqrt{t})$$

$$\text{但し、} d = \frac{\log \frac{S}{K} + r \tau}{\sigma \sqrt{\tau}} + \frac{\sigma \sqrt{\tau}}{2}$$

において、理論価格が実勢価格と等しくなるようなσの値を試行錯誤しながら求めていく方法である。ただやみくもにσの値を選んでいくのは計算時間がかかってしまうので、効率よく「試行錯誤」するための方法として、2分割法、ニュートン法などがある。本講座の例では2分割法を用いる。これらの方法について詳しく知りたい方は数値解析の専門書を参照されたい。

なお、このような計算のためには今まで使ってきたようなワークシート関数だけでは不可能である。そこでExcelのマクロ言語であるVisual Basicを利用する。マクロ言語と聞くだけで敬遠してしまう人が多いのだが、要は「習うより慣れる」である。さっそく始めよう。

- 「挿入(I)」メニューから「マクロ(M)」-「モジュール(M)」を選び、モジュール・シートを得る。
- 得られたモジュール・シートに以下のように入力する(注 アンダースコア「\_」はVisual Basicで次の

行へ続くと言う意味である。)

```

Const EPS=0.000001
Function N(x As Double) As Double
  Let N = Application. NormsDist (x)
End Function
Function CallOption (S As Double, _
  K As Double, t As Double, _
  r As Double, sigma As Double) As Double
  Dim d As Double
  Let d = (Log (S/K)+r*t)/(sigma*Sqr(t))_
    +sigma*Sqr(t)/2
  Let CallOption = S*N(d)_
    -K*Exp(-r*t)*N(d-sigma*Sqr(t))
End Function
Function PutOption (S As Double, _
  K As Double, t As Double, _
  r As Double, sigma As Double) As Double
  Dim d As Double
  Let d = (Log(S/K)+r*t)/(sigma*Sqr(t))_
    +sigma*Sqr(t)/2
  Let PutOption = -S*N(-d)_
    +K*Exp(-r*t)*N(-d+sigma*Sqr(t))
End Function
Function IVCall (S As Double, _
  K As Double, t As Double, _
  r As Double, C As Double) As Double
  Dim low As Double, high As Double
  Dim middle As Double, x As Double
  Let low = 0.01
  Let high = 1#
  While (high - low) > EPS
    Let middle = (low + high) / 2
    Let x = CallOption (S, K, t, r, middle)
    If x < C Then
      Let low = middle
    ElseIf x > C Then
      Let high = middle
    Else
      Let IVCall = middle
      Exit Function
    End If
  Wend
  Let IVCall = middle

```

```

End Function
Function IVPut (S As Double, _
  K As Double, t As Double, _
  r As Double, P As Double) As Double
  Dim low As Double, high As Double
  Dim middle As Double, x As Double
  Let low = 0.01
  Let high = 1#
  While (high - low) > EPS
    Let middle = (low + high) / 2
    Let x = PutOption (S, K, t, r, middle)
    If x < P Then
      Let low = middle
    ElseIf x > P Then
      Let high = middle
    Else
      Let IVPut = middle
      Exit Function
    End If
  Wend
  Let IVPut = middle
End Function

```

この中で5つの関数を定義している。Visual Basicで関数の定義は

Function 関数名

で始まり

End Function

で終わる。1番目のNは標準正規分布の分布関数、2, 3番目のCallOption, PutOptionはそれぞれコール、プットの価格を求める関数、4, 5番目のIVCall, IVPutはそれぞれコール、プットのインプライド・ボラティリティを求める関数である。

ワークシートに戻って作成した関数を使ってみよう。

- 図3のように株価, 行使価格, 満期日, 利子率を入力する。
- セルB7の期間には  
=B3-TODAY()  
と入力する。
- セルB11, B12にコール, プットの価格をそれぞれ入力する。
- セルC11, C12にそれぞれ  
=IVCall(B1, B2, B7, B4, B11)

=IVPut(B1, B2, B7, B4, B12)

ティの値である(図3)。

と入力する。得られた結果がインプライド・ボラティリ

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	株価	19151.12						
2	行使価格	19000						
3	満期日	1997/6/13						
4	利子率	0.50%						
5								
6								
7	期間(年)	0.11780822						
8								
9								
10			インプライド・ボラティリティ					
11	コール価格	650	0.216476278					
12	プット価格	400	0.182611952					
13								
14								
15								

<図3>

◆前回の訂正

前回のオプションの理論価格の計算で、1ヵ所間違いがあったので訂正する。

セルB8に入力したdの式であるが

$$= (\text{LN}(B1/B2) + B4 * B7) / B5 * \text{SQRT}(B7) + B5 * \text{SQRT}(B7) / 2$$

となっていたが、正しくは

$$= (\text{LN}(B1/B2) + B4 * B7) / (B5 * \text{SQRT}(B7)) + B5 * \text{SQRT}(B7) / 2$$

である(カッコが抜けていた)。これによって各値は以下のようになる。

	誤	正
d	0.030939	0.2714163
コール	405.46412	414.3211
プット	212.2924	221.14937

次回でこの講座は最終回となる。

日本債券信用銀行  
 キャピタル・マーケット 第4グループ  
 エクイティ・トレーディングチーム  
 プログラム・アナリスト 嶋 澤 宗 一

