解　　説

個別株オプションの実際 ～OTC市場の現場から～(第3回)

1　企業の資金調達と新型CB

個別株オプション取引については前回と同様いまいち盛り上がりに欠ける展開のようである。おおむね大証が健闘しているようだが，まだまだ参加者が少ない。本年11月中には大証での上場銘柄を60銘柄程度まで増やすと聞いている。もともと他国では個人が商いの中心を占めているだけに，税制等の整備を重ねて祈る次第である。

さて今回は（オプション理論が確立するよりも）はるか昔から発行されてきている転換社債（〝CB〞）についてとりあげよう。CBは長期のOTCオプションを内蔵する典型的な商品であり，昨今の様々な商品設計上の工夫をみるとまさに百花繚乱の如しである（表１を参照）。

発行する企業からするとCBは魅力的な商品である。負債として借りていたものが，返済する必要のない自己資本（株式）に変わるわけで，しかも，たとえ転換が進まなくても市場レートよりはるかに低い金利で調達できることになっている。（一体最初にCBという仕組みを誰が考え出したのだろうか。全く革命的アイディアであると筆者は思う！）発行する企業からすれば，harmlessな商品で，特に最近では引受会社は市場で売りやすくするために，発行会社もなんとか転換を促進させたい（自己資本の充実にあてたい等の）ために，いろいろな条件を付けている。面白いのは日本の場合，伝統的に発行企業がCBの発行をharmless(転換されてもされなくても，いずれもメリットはとれる）と考えてきているからだろうが，行使価格下方修正条項のような付加的オプションを比較的低いコストで付与している点である。例えば，下方修正条項を付けることによりクーポンはあと0.1%下がるとしよう。一方で（どのようなモデルで評価するかにもよるが）このような修正条項のオプションとしての価値を計算すると年率で0.5%以上は違っていたりすることがよくある（２で検討するようにdefault contingencyを加味するとこのオプションの価値は減少するはずであるが，それを考慮したとしてもCBが割安となっている可能性は高い。)。

当然のことながらROEの高い企業，配当性向の高い企業にとってはエクイティー・ファイナンスは必ずしも「ただ取り」にはならず，おいそれと発行にふみきれない。周知のように日本では伝統的に普通株主が〝silent〞なので，引受会社と発行体とで次々と発行を行ってきたきらいはある。ただし昨今はさすがに発行する方も普通株投資家もROEを気にするようになってきている（ROEの点からみれば，日本の企業の殆どは過剰資本である。)。

銀行はBIS上資本調達をしなければならないため，どうしても転換されるような実質上の強制転換権を手に入れるかわりに，様々なsweetner付きのCBを相次いで発行している。しかしながら筆者の知る限り，少なくともいくつかの銀行はそれがROEに与える逆効果について十分に認識しており，いかに銀行を「経営」するか知恵を絞っている（もっとも日本の銀行の図体は世界最大級だから，なかなか迅速には動けないようではあるが。)。

表　1

転換社債の応用商品

①上方・下方修正条項付き

発行後一定の期間経過後に転換価格をその時の時価で算定し直す。株価水準が転換価格を上回っている時に当初転換価格が上方に修正される場合と，下回っている時に下方に修正される場合の２通りがある。一般的にはいずれの場合にも修正幅に上限・下限の制限がある。

（例）住友電気工業第６回債（96年７月15日発行，12年債，表面利率0.25%）

②ハイプレミアム・ハイクーポン

転換価格は通常，値決め日の終値に一定の上乗せ幅（プレミアム）を乗せた価格に設定される。プレミアム幅が大きければ大きいほど，転換価格が高く設定されることになり，転換権の価値を低くする要因となる。投資家にとってはプレミアムが大きくなればなるほど高い表面利率を求めることになる。

（例）日本電気第10回債（96年4月15日発行，15年債，表面利率1.0%）

③期中（割増）償還請求権（プットオプション）付き

発行後一定の期日で投資家の判断によって，社債額面に一定の割増額を上乗せした価格で，発行会社に社債償還を請求できる権利を付す。発行後株価が低迷した場合に，投資家はプットオプションを行使することにより，一定の利回りが確保される。投資家に有利な条件として働くため，表面利率は引き下げられる。

（例）東洋製作所第1回債（96年4月19日発行，7年債，表面利率0.0%）

④免責条項付割増償還

発行時の条件として満期（あるいは期中）償還金額に一定の割増金額が付いているものの，発行後所定の条件が満たされた場合には，割増金額がなくなる。発行後の株価が一定の期間，一定の価格以上になった場合といったものが一般的。このようにある条件を満たした場合に社債の条件のいずれかが消滅する形態のオプションをノックアウト型といい，転換促進の機能を果たす。

（例）三和シャッター工業第2回債（96年10月7日発行，9年債，表面利率0.9%）

⑤転換促進のための繰り上げ償還条項付き

株価が発行後一定の期間，一定の価格以上になった場合に，発行会社の選択により額面で（あるいは若干の割増金を付して）償還される。ノックイン型といい，転換促進の機能を果たす。

（例）日商岩井第1回債（96年8月22日発行，7年債，表面利率0.65%）

⑥割増償還

満期償還時の償還価格を額面以上にすることによって，期中の利払いを低めに設定する。

（例）日産ディーゼル工業第7回債（96年10月14日発行，3年債，表面利率0.0%）

⑦割引発行型

発行価格を額面以下にすることで，利息を付さない。

（例）セガ・エンタープライゼス第2回債（92年1月30日発行，7年債，表面利率0.0%）

SOURCE：日経公社債情報1997年9月1日号。なお引用部分は大和証券資本市場本部編「エクイティ・ファイナンスの実際」をもとに作成されている。本来原典にあたるべきであるが同書を入手できなかったためそのまま転引用した。記して御寛恕を乞う次第である。

2　転換社債のプライシング

さて，ここで少し転換社債のプライシング（“The Theory of Rational Convertible Pricing” à la R.Merton!?）について考えておこう。

少し考えれば明らかなのだが，転換社債のプライシングは意外と難しい。普通の一般向け解説書などでは，転換社債の価値＝個別株コール・オプションの（dilution調整後の）価値＋債券の価値と書かれている。実際，最近の会計審議会の報告の中でも，ワラント債に引き続き，転換社債のB/S上の記載も債券価値とオプション価値を分けて計上すべきだといった議論がなされている。御説ごもっともだが，先ほどみたような相次ぐ転換社債の新商品を本当に分離して評価できるのか疑問が残る。

実は転換社債を個別株コール・オプションと債券に分けるのは必ずしも正しくない。なぜならば通常コール・オプションの行使により支払うものは現金（cash）であり，Black-Scholesの世界ではrisk-freeなのであるが，転社のコールを行使した時に支払う（受け渡す）ものは，

債券（リスク資産）なのである。最もplain vanillaなC.Bのペイオフは（投資家が合理的に行動し，借株によるつなぎヘッジ売りに対する制約が現実にないとして）

$$\begin{cases} S_t \geqq K & \text{株式}\ (S_t) \\ S_t < K & \text{債券}\ (B_t) \end{cases}$$

であり，投資家はMax (S_t, B_t)（どちらか良い方）というオプションを持っているのに等しい。

$$\mathrm{Max}(S_t, B_t) = \mathrm{Max}(S_t - B_t, 0) + B_t$$

となるから，

転換社債の価値＝交換オプション（Exchange Optionの価値）＋債券価値

とおける。交換オプションは既にMargrabeによりその定式が明らかにされている（1978年，教科書的に言うと２変数の確率微分方程式なのだが，$X_t = S_t/B_t$という変数変換を行うことによって，きれいな１変数のB･S微分方程式と同じ形になる。それほど大変ではないので，興味ある読者は自分で導出してみて下さい（株と債券の利回りδ_{STOCK}とδ_{BOND}を忘れないで！））。

これでうまくいくかというと話はこれで終らない。表２は，最近市場でみられる大幅にディスカウントされている転換社債の例である。ここにある価格はあくまでインディケーションで，そもそも取引が殆どないので，どの辺が「真の」〝市場〟価格なのか本当のところよく分らないのであるが，市場が信用リスク（default risk）に対する評価を行おうとしていることだけは確かである。債券価値の方は，既にクレジット・スプレッドを織りこんでプライシング出来るのでよいとして，交換オプションMax $(S_t - B_t, 0)$ の方は，B_tの価格変動は織りこんでいても，発行体のdefaultは考慮していない（default-free bond）。（表３を参照）

表　２（例）

銘柄	回号	満期	クーポン	転換価格	債券価格（インディケーション）	終利(YTM)
青木建設	2	2000年３月31日	2.00%p.a.	1,008.60	35.00	78.92%
青木建設	8	1998年３月31日	5.50%p.a.	887.00	68.00	45.72%
フジタ	3	1999年３月31日	1.70%p.a.	1,756.40	60.08	46.07%

SOURSE：Bloomberg Equity CVM機能を用いて検索。最近の市場については，HO氏との議論が参考になった。記して感謝する。

表３　デフォルト事由を加味した場合のペイオフ

交換オプション＼デフォルトの有無	なし	あり
$S_t \geqq B_t$	S_t	B_t
$S_t < B_t$	B_t	B_t

たとえ仮に$S_t \geqq B_t$であっても，もしデフォルトが発生すれば，その瞬間に言わば交換オプションは消滅し，投資家にはデフォルトした債券（ただし，いくばくかのrecovery value＝Rは存するであろう）のみが残る。つまり交換オプションはdefault-contingentという消滅（ノックアウト）条件付のオプションということになる。こういうCBはどうせ株式オプションの部分もway-out-of-the-moneyだから余りややこしいことを考えなくてもいいのではないかという議論はあるかもしれない。しかし消滅条件のあるなしで価格に差がでてくるのは論理として明白で，特にout-of-the-meneynessがさほどでもない（表２のような極端なものでない）CBの評価をする場合に，これを考慮しないと過大に「割安」と判断してしまうことになる。要は，信用リスクを内包しているCBを評価する以上，株式，（ゼロクーポン）債券ともに対数正規分布（つまり金利そのものは正規分布）している世界に，デフォルトへの考慮を加えてモデル化する必要があるのである。（下記①～③）

①株価変動の確率過程の記述（Wiener過程）

②金利の変動過程の記述式（Margrabe方式ではなくて，期間構造を全ていれるのならばHeath-Jarrow-Morton, Hull-White etc.）

③デフォルト確率カーブ（リスク･フリーのスワップカーブ，各期間に対応したクレジット･スプレッド情報，デフォルトした場合のrecovery valueより構成。こ

こでは評述する余裕がないが，これによって構成できるdefault probability curveはnon-stochastic（スワップで言えばフォワード・レートのようなもの）であることを注記しておく。）

筆者は寡聞にして上記①～③を統一的な形で考慮したモデルを公開されているベースでは見たことがない（各社proprietary modelはあるのかもしれないが）。理論的には大変面白い問題で，③の部分をとりあえずnon-stochasticなベースで（ただし勿論のことながら現在観察可能なクレジット・スプレッドには完全にマッチさせ，evolutionもする。）考える限りは結構きちんとしたモデルが作れるのではないかと思う（まあ「観察可能な社債のクレジット・スプレッド」がどこにあるの？という声は聞こえてきそうだが…）。

ここでは③をくっつける前に，①と②を統一的に扱ったものとしてAmin-Jarrow(1992)のモデルを簡単に紹介しておこう(興味のある読者はK.Amin and R.Jarrow, "Pricing Options on Risky Assets in a Stochastic Interest Rate Economy", Mathematical Finance, vol2. P217-237を参照して下さい。なお以下の説明はAmin-Jarrowの式と（特に2つのBrownian Motionについて）完全に同じものではない旨お断りしておく。誤りがあればそれはAmin-Jarrowのものではなく筆者の責に帰すものです。）

Amin-Jarrowの仮定は，株価の変動については通常の$dS_t/S_t=\mu dt+\sigma_s dW_t$(Sは対数正規分布)に従い，金利の変動については，そのフォワードレートがHJMモデルの定式（金利は正規分布）に従っているとする（以下では金利に関し1ファクター・モデルを前提とする）。

$$\begin{cases} df(t,T)=\alpha(t,T,\omega)dt+\sigma_r(t,T)dW_{1t}\text{（フォワード・レートの確率過程）} \cdots\cdots (2\text{-}1) \\ dS_t/S_t=\mu dt+\sigma_S dW_t\text{（株式の確率過程）} \cdots\cdots (2\text{-}2) \\ dW_{1t}dW_{2t}=\rho_{12}dt\text{（2つのブラウン運動の相関）} \cdots\cdots (2\text{-}3) \end{cases}$$

ただし，ωは過去の歴史情報パラメータ(経路依存性を表現。)

$\sigma_r(\cdot,\cdot)$はフォワード・レートのボラティリティ。

ここでdW_1と独立なブラウン運動増分dW_{2t}を考える（$\rho_{12}=0$）と，(2-2)式は

$dS_t/S_t=\mu dt+\sigma_s\cdot\rho dW_{1t}+\sigma_s\cdot\sqrt{1-\rho^2}\cdot dW_{2t}$ (2−4)と書くことができる。$\delta_1=\sigma_S\cdot\rho$　$\delta_2=\sigma_S\cdot\sqrt{1\text{-}\rho^2}$とすると(しなくてもいいのだが，Amin-Jarrowに戻るため）行使価格Kのコールオプションの価格は（結果のみ記す），

$Call(S,K,T)=$

$S_0\cdot\exp(-dvd\cdot T)\cdot N(d)-K\cdot p(0,T)N(d-v)$

と書ける。

ここで

$$\begin{cases} v^2=(\delta_1{}^2+\delta_2{}^2)\cdot t-2\delta_1\int_0^T a(t,T)dt+\int_0^T a^2(t,T)dt \\ a(t,T)=-\int_t^T \sigma_r(t,u)du \\ d=\{\ln(S/K)-(\ln p(0,T)-dvd\cdot T)\}/v+\frac{1}{2}v \end{cases}$$

$a(t,T)$〔というより$\sigma_r(t,u)$〕の関数形をシンプルなもの（たとえば指数単調減少関数）にしてやれば，解析的に「早い」解となる。本当はdW_{jt} (j=1,2) 下の式を等価マルチンゲール測度で変換した$d\tilde{W}_{jt}$の世界で書き換えてやる必要がある。HJMのすごい(？)ところは$\alpha(t,T,\omega)$が$d\tilde{W}_{jt}$の世界ではボラティリティの関数として書けることを示したところにある—B-Sのときと同様訳の分らないdrift項が分ってるものに置き換わる—。）

話が少し「現実離れ」してしまった。まあclosed formで解けることは美しくてよいのだが，それが本旨では勿論ない。実際1で紹介したような新型CBのプライシングを行うには数値計算アルゴリズムによる他はなく，また現実に即している。しかし，たとえば最近出された京成電鉄の7年CBなどのように「東証終値が20取引日連続して当初転換価格を20%以上上回った場合」などのような特約がついていると，モンテ・カルロ・シミュレーションで実際にパス（path）を走らせてみるしかないということになる。しかし一方でモンテ・カルロ・シミュレーションではアメリカン・スタイルの行使をうまく扱えない(最近様々な工夫が出ているようであるが)。

筆者は数値計算アルゴリズムの専門家でも何でもないのでarm-chair criticはやめにするが，実際の「使える」implementationが決して容易でない点は再確認しておこう。

最後に，「こんなにあれこれ言ったって所詮マーケットのビッド/オファーは広いのだし，貸借市場は未整備，取引コストも執行インパクトも高いのだから，簡単なBlack-Scholes式＋社債のクレジット・スプレッドを加えた割引現在価値でいいではないか。そんなことを言っ

てる間にトレードをやった方がいいではないか」という声に対してはこう言っておこう。

確かに取引していくらというのはその通りなので，細緻をきわめなくてもトレードをやるのはいいと思う。しかし，たとえば金利の世界ではマルチ・コーラブル・スワップというバミューダン・オプションの一種が広く取引されている。その価格モデルのベースが正規分布（HJM, Extended Vasicek Hull-Whiteなど）なのか，対数正規分布（Black-Derman-Toy, Braceなど）なのか，ボラティリティーのフィッティング（calibration）をどうしているのか，などといった部分で，同じものに対する値段が結構違うということが，しばしば起こっている。そして，それらの価格が市場の「価格」として観察されるのである。観察された価格を自分のモデルで評価すると，割高だったり割安だったりする。Black(1976)モデルだけの古き良き(？)時代にこんなことは起らなかった。モデルがmisspecifyされているのか，現実(「価格」)がmisspecifiedなのか…。(行使レート０％の金利フロアーに価値はあるのかというのも，その極端な一例である)。

モデル・リスク（＋calibration risk）というのは，この１～２年とりわけ円金利のマーケットで大きく話題となったところだが，モデルによって同じものに対する評価が無視しえないほど大きいというのは現実に起こっているのである。そして，どのようなモデルを使うかによって値段が大きく違うかもしれないのは，ストラクチャーの複雑さ，信用リスクの組み込みなどの点から金利マーケット以上にCBマーケットではないかと筆者は感じている。(加えて勿論，現実に市場にいるものにとって重要なのは，価格付けよりも，そうした価格付けをする(あるいは価格がすでに存在する）ものに対しヘッジ・ポートフォリオが組めるか（hedgeableか否か)＋アービトラージできるかということである！)

どうも話が個別株オプションから離れてきてしまった。申し訳ない限りだが，次回（最終回の予定）は個別株オプションと信用リスク（デフォルト・オプション）の問題について考えてみようと思っている。　(T.O.)