

日経平均株価の長期トレンド分析

日本大学経済学部准教授 三井秀俊

1. はじめに

株式投資において上昇トレンドと下降トレンドが明確にわかれば、上昇トレンドの時には買い持ち下降トレンドのときには売り持ちを行えば、各々利益を上げることができる。しかしながらトレンドを一般的に定義することは難しく、様々なトレンド分析手法が生み出されてきた。多くの投資家の間では、基本的なトレンド分析として 25 日移動平均線・75 日移動平均線や 13 週移動平均線・26 週移動平均線など移動平均線や移動平均乖離率を使用するケースが多くみられる。しかしながら、これらの指標を用いても正確に株価の上昇トレンドと下降トレンドの転換点を知ることは困難であると思われる。

時系列分析では代表的なトレンド分析モデルとして、Markov-switching モデルがある。また、資産価格分析では、ボラティリティが変動するモデルを利用するのが一般的である。ボラティリティ変動モデルに対して Markov-switching モデルを用いた日本の株式市場の実証研究として、TOPIX に関しては、里吉 (2004)、大鋸・大屋 (2009) などの研究がある。また、日経平均に関しては、里吉・三井 (2011, 2013a) などの研究がある。本稿では、Markov-switching モデルと代表的なボラティリティ変動モデルである GARCH (Generalized Autoregressive conditional heteroscedasticity) モデルを組み合わせた Markov-switching GARCH (以下、MS-GARCH) モデルを用いて日経平均株価の長期のブル相場とベア相場のトレンド分析を行なう。

2. 分析モデル

ここでは、MS-GARCH モデルに関して簡単に説明する¹⁾。GARCH の次数選択は GARCH(1,1) とし、MS-GARCH(1,1) モデルを考える。t 時点の日経平均株価収益率を R_t とするとき、収益率 R_t の過程とボラティリティ σ_t^2 の過程を以下のようにおく。

$$R_t = \mu(s_t) + \epsilon_t(s_t), \quad (1)$$

$$\epsilon_t(s_t) = \sigma_t(s_t)z_t, \quad z_t \sim i.i.d., E[z_t] = 0, \text{Var}[z_t] = 1, \quad (2)$$

$$\sigma_t^2(s_t) = \omega(s_t) + \alpha(s_t)\epsilon_{t-1}^2(s_t) + \beta(s_t)\sigma_{t-1}^2(s_t), \quad (3)$$

$$\sigma_{t-1}^2(s_t) = E[\sigma_{t-1}^2(s_{t-1})|s_t, I_{t-1}]. \quad (4)$$

ここで、 $\mu(s_t)$ は定数項、 $\epsilon_t(s_t)$ は誤差項であり、収益率に自己相関は無いと仮定する。*i.i.d.* は、過去と独立で同一な分布 (independent and identically distributed) を表す。 $E[\cdot]$ は期待値、 $\text{Var}[\cdot]$ は分

¹⁾詳しくは、Gray (1996)、Klaassen (2002)、Haas *et al.* (2004) を参照。

散, $E[\cdot|\cdot]$ は条件付期待値を各々表す. I_{t-1} は, $t-1$ 時点までの情報集合 $I_{t-1} = \{R_{t-1}, R_{t-2}, \dots\}$ を表す. また, 定数項 $\mu(s_t)$ とボラティリティ $\sigma_t(s_t)$ は確率変数 s_t に従って同時にスイッチングしていると仮定する. ボラティリティの非負性を保証するため $\omega(s_t), \alpha(s_t), \beta(s_t) > 0$ であると仮定する. Markov-switching モデルでは, 観測されない確率変数 s_t はマルコフ過程に従い, 以下の推移確率により定義される.

$$p_{ij} = Pr[s_{t+1} = i | s_t = j], \quad i, j = 0, 1. \quad (5)$$

ここで, $Pr[s_{t+1} = i | s_t = j]$ は状態 j から状態 i へ推移する確率を表す²⁾. ただし, 今期の状態 j から次期の状態 i へ推移する確率は, 以下のように今期の状態のみに依存する.

$$Pr[s_{t+1} = i | s_t = j, s_{t-1}, s_{t-2}, \dots] = p_{ij} = Pr[s_{t+1} = i | s_t = j]. \quad (6)$$

ここで,

$$\sum_{i=0}^1 p_{ij} = 1, \quad j = 0, 1 \quad (7)$$

となる. このとき, s_t の推移確率行列 (transition matrix) \mathbf{P} は,

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{0|0} & p_{0|1} \\ p_{1|0} & p_{1|1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

となる. ただし, $0 \leq p_{0|0}, p_{1|1} \leq 1$ である.

本研究では, $s_t = 0$ のときブル相場と考え, $s_t = 1$ のときベア相場と考えることにする. したがって, $p_{1|0}$ はブル相場からベア相場への推移確率を表し, $p_{0|1}$ は, ベア相場からブル相場への推移確率を表す. また, $p_{0|0}, p_{1|1}$ は, 各々, ブル相場が持続する推移確率, ベア相場が持続する推移確率を表す. また, $\mu(0) > \mu(1)$ という制約をおく.

実証分析を行なう際には誤差項の分布は, 以下のように標準正規分布に従うと仮定する³⁾.

$$z_t \sim i.i.d.N(0, 1). \quad (9)$$

このとき, パラメータ集合を Θ とすると, 推定されるパラメータは $\Theta = \{\mu(0), \mu(1), \omega(0), \omega(1), \alpha(0), \alpha(1), \beta(0), \beta(1), p_{0|0}, p_{1|1}\}$ となる. パラメータの推定に関しては, 統計・時系列分析ソフト *PcGive* を利用して最尤法を用いて行なう⁴⁾.

3. 実証分析

3.1 データ

本稿では, データとして月次の日経平均株価を使用し, 日経 NEEDS-FinancialQuest からデータを取得した. 標本期間は, 1949 年 5 月から 2013 年 10 月までである (図 1 の実線を参照). 収益率

²⁾ $p_{ji} = Pr[s_{t+1} = i | s_t = j]$ と表記される場合もある.

³⁾ 株価収益率の分布は正規分布に比べると裾が厚い分布に従うことが知られている. そのため誤差項は t 分布や GED (Generalized Error Distribution) などの裾が厚い分布を用いて分析を行なうことが必要である. この点は, 今後の課題としたい.

⁴⁾ *PcGive* による Markov-switching モデルの推定に関して詳しくは, Doornik and Hendry (2013) を参照.

表 1: 月次収益率 R_t (%) の基本統計量

1949年6月 - 2013年10月

	標本数	平均	標準偏差	歪度	尖度	最大値	最小値	正規性検定
日経平均	773	0.569	5.909	-0.486	4.649	23.002	-27.216	49.991

は、各々の終値の変化率 (%) として計算した (図 2 の実線を参照)。日経平均株価収益率の標本期間は、1949年6月から2013年10月まで、標本数は773である。データの基本統計量として、平均、標準偏差、歪度、尖度、最大値、最小値、正規性の検定統計量が表1に纏められている。日経平均収益率のヒストグラム・密度関数は、図3に描かれている。ここでは、密度関数と正規近似が重ねて描かれている。 $N(s = 5.909)$ は、表1より正規近似が平均0.569、分散が 5.909^2 の正規分布 $N(0.569, 5.909^2)$ に従うことを表している。

3.2 実証結果

表2には、MS-GARCH(1,1)モデルの推定結果を示した。 $\mu(0)$ 、 $\mu(1)$ の推定値は、各々、1.664、-2.854であり、統計的に有意な推定結果が得られている。ブル相場を示す $\mu(0)$ はプラスとなり、ベア相場を示す $\mu(1)$ はマイナスとなった。したがって、状態変数 s_t が $s_t = 0$ のとき日経平均はブル相場であり、 $s_t = 1$ のとき日経平均はベア相場であることが確認された。 $\omega(0)$ 、 $\omega(1)$ の推定値は、各々、0.456、2.196であり、統計的に有意な推定結果が得られている。 $\omega(0) < \omega(1)$ となることから、ベア相場の方がブル相場よりもボラティリティの値が大きいことがわかる。ボラティリティのショックの持続性を示すパラメータの推定値は、 $\alpha(0) + \beta(0) = 0.954$ 、 $\alpha(1) + \beta(1) = 0.954$ となり、ブル相場・ベア相場においてショックの持続性が高くなるという結果となった。

s_t の推移確率 $p_{0|0}$ 、 $p_{1|1}$ の推定値はそれぞれ0.875、0.613であり、統計的に有意な推定結果となった。 $p_{0|0}$ は、1に近いので一度ブルにスイッチングを起こすと、その状態が長く続くことを示唆している。 $p_{0|0} > p_{1|1}$ であることから、ベア相場はブル相場ほど長くは続かないことがわかる。また、平均 μ とボラティリティ σ は状態変数 s_t に従って同時にスイッチングしているため、一度ロー・ボラティリティにスイッチングするとその状態が長く続くが、ハイ・ボラティリティの状態はあまり長く続かないことが分かる。 $Q(20)$ と $Q^2(20)$ は、各々20次までの基準化した残差 $(\hat{\epsilon}_t^{-1})$ とその2乗のLjung - Boxの Q 統計量を表している。ここでは、漸近的に自由度20の χ^2 分布に従う。 $Q(20)$ と $Q^2(20)$ の値に対して、帰無仮説は5%有意水準では棄却することはできない。ここから、MS-GARCH(1,1)モデルは、日経平均のボラティリティの自己相関を捉えていることがわかる。

表3は、日経平均の $s_t = 0$ (ブル相場)のときの局面の期間を示している。ブル相場の総月数は、670ヶ月 (全体の86.68%)であり、平均的なブル相場の期間は、14.26ヶ月という結果となった。表4は、日経平均の $s_t = 1$ (ベア相場)のときの局面の期間を示している。ベア相場の総月数は、103ヶ月 (全体の13.32%)であり、平均的なベア相場の期間は、2.19ヶ月という結果となった。これらの結果は、日経平均株価は上昇するには時間がかかるが、下落は上昇期間に比べて非常に短いことを明白にしている。また、図1・図2の影部は、日経平均のベア局面を表している。特に、図1のグラ

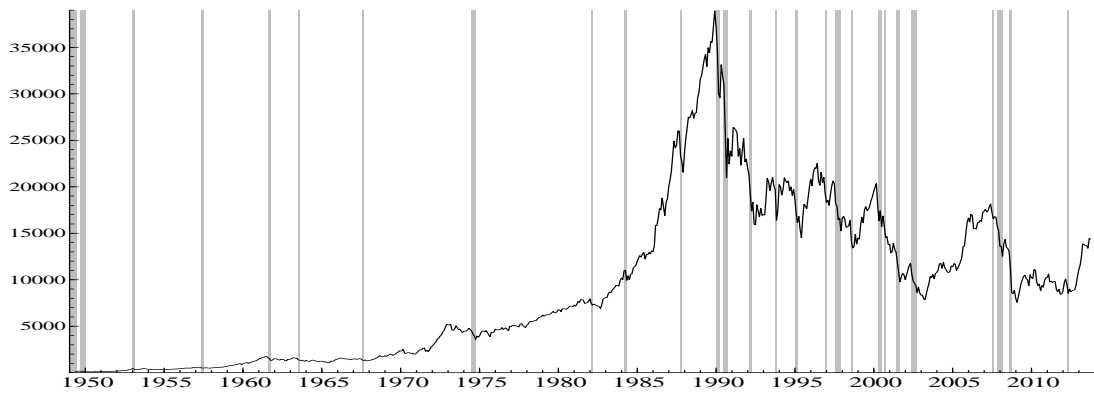


図 1: 日経平均株価とベア局面 (1949年5月 - 2013年10月)

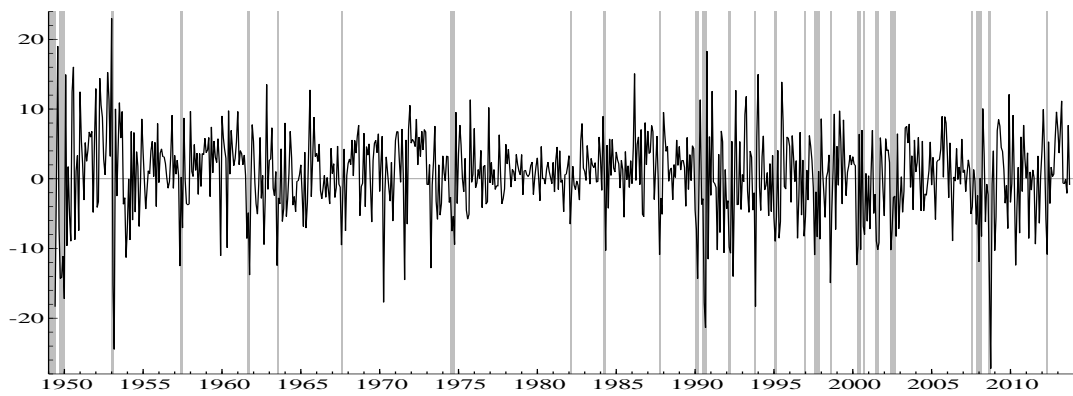


図 2: 月次収益率とベア局面 (1949年6月 - 2013年10月)

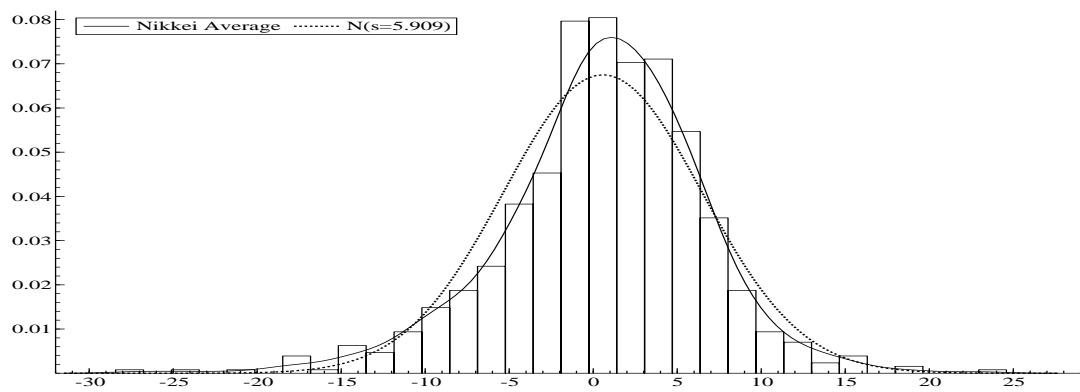


図 3: ヒストグラムと密度関数 (1949年6月 - 2013年10月)

表 2: MS-GARCH(1,1) モデルの推定結果

$$R_t = \mu(s_t) + \epsilon_t(s_t), \quad \epsilon_t(s_t) = \sigma_t(s_t)z_t, \quad z_t \sim i.i.d.N(0, 1),$$

$$\sigma_t^2(s_t) = \omega(s_t) + \alpha(s_t)\epsilon_{t-1}^2(s_t) + \beta(s_t)\sigma_{t-1}^2(s_t),$$

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} p_{0|0} & p_{0|1} \\ p_{1|0} & p_{1|1} \end{pmatrix}.$$

	$\mu(0)$	$\mu(1)$	$\omega(0)$	$\omega(1)$	$\alpha(0)$	$\alpha(1)$	$\beta(0)$	$\beta(1)$
推定値	1.664*	-2.854*	0.456*	2.196*	0.055*	0.211*	0.899*	0.747*
標準誤差	(0.218)	(1.022)	(0.206)	(1.103)	(0.021)	(0.102)	(0.035)	(0.119)

	$p_{0 0}$	$p_{1 1}$	$-\ln L$	$Q(20)$	$Q^2(20)$
推定値	0.875*	0.613*	-2386.365	28.626	19.690
標準誤差	(0.039)	(0.138)			

* は有意水準 5 % で有意であることを示す。

フから、急落局面を上手く捉えていることがわかる。

4. まとめ

本稿では、MS-GARCH(1,1) モデルを用いて日経平均株価の長期のトレンド分析を行なった。日経平均株価の月次データを用いてブル相場とベア相場に焦点を当て実証的な検証を行なった結果として、日経平均には統計的に有意にブル相場とベア相場があることがわかった。すなわち、期待収益率が高くボラティリティが低い状態のブル相場と期待収益率が低くボラティリティが高い状態のベア相場を捉えることができた。また、日経平均株価は上昇するには長い期間が必要であるが、下落は上昇期間に比べて非常に短い期間で起こっていることが明らかとなった。

今後の課題としては、本稿ではボラティリティの変動を GARCH モデルを用いて定式化した。里吉・三井 (2011) では、MS-EGARCH (Exponential GARCH) モデルにより日次データを用いて日経平均のブル・ベア相場の分析を行なっている。そのため MS-EGARCH モデルによる長期のトレンド分析を行なうことが考えられる。また、Maheu *et al.* (2012) では、トレンドの識別をブル相場とベア相場の 2 つの局面だけでなく、トレンドをベア局面 (bear market)、反発局面 (bear market rally)、ブル局面 (bull market)、調整局面 (bear market correction) の 4 局面に分解する 4 状態 Markov-switching モデルを提案している。里吉・三井 (2013a, 2013b) では、Maheu *et al.* (2012) に従い、4 状態 Markov-switching モデルを用いて日経平均のトレンド分析を行なっている。そのためトレンドを細かく分けて長期のトレンド分析することも重要である。

表 3: ブル相場の期間 ($s_t = 0$)

総月数: 670ヶ月 (86.68%), 平均月数: 14.26ヶ月.

期間 (年-月)	月数	Avg. Prob.
1949-08 - 1949-08	1	0.559
1950-02 - 1952-12	35	0.821
1953-04 - 1957-04	49	0.845
1957-08 - 1959-11	28	0.892
1960-01 - 1960-04	4	0.739
1960-06 - 1961-07	14	0.891
1961-11 - 1962-08	10	0.768
1962-10 - 1963-06	9	0.811
1963-09 - 1965-02	18	0.751
1965-04 - 1965-04	1	0.527
1965-06 - 1967-07	26	0.845
1967-10 - 1967-10	1	0.586
1967-12 - 1970-03	28	0.862
1970-05 - 1971-07	15	0.828
1971-09 - 1973-03	19	0.869
1973-05 - 1974-06	14	0.769
1974-11 - 1975-07	9	0.824
1975-09 - 1981-08	72	0.899
1981-10 - 1982-01	4	0.848
1982-04 - 1984-02	23	0.895
1984-06 - 1985-06	13	0.886
1985-08 - 1986-02	7	0.875
1986-04 - 1987-09	18	0.842
1987-12 - 1989-12	25	0.896
1990-05 - 1990-06	2	0.587
1990-11 - 1992-01	15	0.727
1992-05 - 1992-05	1	0.502
1992-07 - 1993-09	15	0.824
1993-12 - 1994-12	13	0.778
1995-04 - 1995-04	1	0.545
1995-06 - 1996-06	13	0.868
1996-08 - 1996-11	4	0.654
1997-02 - 1997-07	6	0.794
1998-01 - 1998-07	7	0.752
1998-10 - 2000-03	18	0.872
2000-08 - 2000-08	1	0.520
2000-11 - 2001-05	7	0.644
2001-10 - 2002-05	8	0.809
2002-11 - 2005-03	29	0.833
2005-05 - 2006-04	12	0.858
2006-06 - 2007-06	13	0.897
2007-09 - 2007-10	2	0.565
2008-04 - 2008-07	4	0.672
2008-11 - 2010-04	18	0.797
2010-06 - 2011-07	14	0.752
2011-09 - 2012-03	7	0.734
2012-06 - 2013-10	17	0.877

Avg. Prob. は、当該期間の平滑化確率の平均を表す.

表 4: ベア相場の期間 ($s_t = 1$)

総月数: 103ヶ月 (13.32%), 平均月数: 2.19ヶ月.

期間 (年-月)	月数	Avg. Prob.
1949-06 - 1949-07	2	0.746
1949-09 - 1950-01	5	0.686
1953-01 - 1953-03	3	0.961
1957-05 - 1957-07	3	0.755
1959-12 - 1959-12	1	0.998
1960-05 - 1960-05	1	0.806
1961-08 - 1961-10	3	0.961
1962-09 - 1962-09	1	0.731
1963-07 - 1963-08	2	0.770
1965-03 - 1965-03	1	0.700
1965-05 - 1965-05	1	0.681
1967-08 - 1967-09	2	0.790
1967-11 - 1967-11	1	0.661
1970-04 - 1970-04	1	1.000
1971-08 - 1971-08	1	0.996
1973-04 - 1973-04	1	0.987
1974-07 - 1974-10	4	0.823
1975-08 - 1975-08	1	0.554
1981-09 - 1981-09	1	0.752
1982-02 - 1982-03	2	0.755
1984-03 - 1984-05	3	0.735
1985-07 - 1985-07	1	0.566
1986-03 - 1986-03	1	0.996
1987-10 - 1987-11	2	0.791
1990-01 - 1990-04	4	0.833
1990-07 - 1990-10	4	0.808
1992-02 - 1992-04	3	0.634
1992-06 - 1992-06	1	0.625
1993-10 - 1993-11	2	0.774
1995-01 - 1995-03	3	0.678
1995-05 - 1995-05	1	0.611
1996-07 - 1996-07	1	0.628
1996-12 - 1997-01	2	0.604
1997-08 - 1997-12	5	0.715
1998-08 - 1998-09	2	0.794
2000-04 - 2000-07	4	0.828
2000-09 - 2000-10	2	0.566
2001-06 - 2001-09	4	0.727
2002-06 - 2002-10	5	0.648
2005-04 - 2005-04	1	0.504
2006-05 - 2006-05	1	0.848
2007-07 - 2007-08	2	0.695
2007-11 - 2008-03	5	0.841
2008-08 - 2008-10	3	0.861
2010-05 - 2010-05	1	0.694
2011-08 - 2011-08	1	0.734
2012-04 - 2012-05	2	0.689

Avg. Prob. は、当該期間の平滑化確率の平均を表す.

参考文献

- [1] 大鋸崇・大屋幸輔 (2009), 「株式市場におけるブル相場, ベア相場の日次データを用いた分析—ベジアンアプローチ」, 『ジャファイア・ジャーナル(金融工学と市場計量分析)』, pp. 112–150.
- [2] 里吉清隆 (2004), 「マルコフ・スイッチング GARCH モデルによる日本の株式市場のボラティリティの分析」, 日本統計学会 『日本統計学会誌』, 第 34 巻, 第 1 号, pp. 1–19.
- [3] 里吉清隆・三井秀俊 (2011), 「日経平均株価のブル・ベア相場の分析—マルコフ・スイッチング EGARCH モデルの応用」, 大阪証券取引所 『先物・オプションレポート』, Vol.23, No.11, pp.1–5.
<http://www.ose.or.jp/f/research_reports/396/reports/rerk1111.pdf>.
- [4] 里吉清隆・三井秀俊 (2013a), 「調整局面・反発局面を含めた日経平均株価のトレンド識別」, 大阪証券取引所 『先物・オプションレポート』, Vol.25, No.3, pp. 1–5.
<http://www.ose.or.jp/f/research_reports/624/reports/rerk1303.pdf>.
- [5] 里吉清隆・三井秀俊 (2013b), 「マルコフ・スイッチング EGARCH モデルによる日経平均株価のブル・ベア相場の実証分析」, 『証券経済学会年報』, 第 48 号, pp. 279–282.
- [6] Doornik, J. A. and D. F. Hendry (2013), *Econometric Modelling PcGive 14 Volume IV*, Timberlake Consultants Ltd.
- [7] Gray, S. F. (1996), “Modeling the Conditional Distribution of Interest Rates as a Regime-Switching Process,” *Journal of Financial Economics*, 42, pp. 27–62.
- [8] Haas, M., S. Mittnik and M. S. Paoletta (2004), “Mixed Normal Conditional Heteroskedasticity,” *Journal of Financial Econometrics*, 2, pp. 211–250.
- [9] Klaassen, F. (2002), “Improving GARCH Volatility Forecasts with Regime-Switching GARCH,” *Empirical Economics*, 27, pp. 363–394.
- [10] Maheu, J. M., T. H. McCurdy and Y. Song (2012), “Components of Bull and Bear Markets: Bull Corrections and Bear Rallies,” *Journal of Business & Economic Statistics*, 30, pp. 391–403.

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。

本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。

本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。