

# 調整局面・反発局面を含めた日経平均株価のトレンド識別

東洋大学経営学部准教授 里吉清隆

日本大学経済学部准教授 三井秀俊

## 1 はじめに

株式などの証券市場には、ブル (bull) ・ベア (bear) と呼ばれる価格トレンドが存在する可能性がある。このようなトレンドを識別するための確率モデルとしてマルコフ・スイッチング・モデル (Markov Switching Model) が用いられることがあり, Schaller and Norden (1997), Maheu and McCurdy (2000) が代表的な研究として知られている。また, 大鋸・大屋 (2009), Shibata (2012) は日本の株式市場について, Isogai *et al.* (2008) は日本を含めた世界の株式市場について分析を行っている。

ところで, マルコフ・スイッチング・モデルによる資産価格のトレンド分析では, テンドをブルとベアの2局面に分解することが多い。しかし Maheu *et al.* (2012) では, 投資家は短期的なものを含めてトレンドを更に細かく区別して認識していると考え, ブル・ベアだけでなくベア局面, 反発局面, ブル局面, 調整局面の4局面に分解する4状態マルコフ・スイッチング・モデルを提案している。

本稿ではこの4状態マルコフ・スイッチング・モデルを概説し, 日経平均株価について分析を行うことにする。

## 2 モデル

資産価格の  $t$  時点の収益率を  $R_t$  とし, 次のように平均とボラティリティが4つの値をとるモデルを考える。

$$R_t | S_t \sim N(\mu_{S_t}, \sigma_{S_t}^2), \quad (1)$$

$$p_{ij} = \Pr[S_t = j | S_{t-1} = i], \quad \sum_{j=1}^4 p_{ij} = 1, \quad i, j = 1, 2, 3, 4. \quad (2)$$

$S_t$  は1階のマルコフ過程 (first-order Markov process) に従う状態変数 (state variable) であり, その推移確率 (transition probability) は (2) 式で与えられる。平均  $\mu_{S_t}$  は状態変数の推移に従って変動することになるが, Maheu *et al.* (2012) では価格トレンドの変化を表現するために,  $S_t = 1, 2$  をベア状態 (bear regime),  $S_t = 3, 4$  をブル状態 (bull regime) とし, 以下のような制約を置いている。

$$\begin{aligned} \text{ベア状態 (bear regime)} & \begin{cases} \mu_1 < 0 & \text{ベア局面 (bear market state)} \\ \mu_2 > 0 & \text{反発局面 (bear market rally)} \end{cases} \\ \text{ブル状態 (bull regime)} & \begin{cases} \mu_3 < 0 & \text{調整局面 (bull market correction)} \\ \mu_4 > 0 & \text{ブル局面 (bull market state)} \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

反発局面とは、下降トレンドであるベア状態において一時的に価格が上昇している時期のことを指し、このモデルでは  $\mu_1 < 0$ ,  $\mu_2 > 0$  とすることによって、ベア状態をベア局面 ( $S_t = 1$ ) と反発局面 ( $S_t = 2$ ) の2局面に区別している。ブル状態も同様に、ブル状態における一時的な下落である調整局面 ( $S_t = 3$ ) とブル局面 ( $S_t = 4$ ) に分け、 $\mu_3 < 0$ ,  $\mu_4 > 0$  としている。一方、ボラティリティについては、大小関係をあらかじめ決めておく必要がないため、特に制約は置かない。

これらの4局面によって資産価格のトレンドを表現することになるが、調整局面と反発局面は一時的なトレンドの変化であることから、この点を考慮して局面をスイッチングさせる必要がある。まず、反発局面はベア状態における一時的な上昇であるので、 $p_{32} = p_{42} = 0$  として、ブル状態（調整局面とブル局面）から反発局面には推移しないと考える。同様に、 $p_{13} = p_{23} = 0$  と置いて、ブル状態における一時的な下落である調整局面にはベア状態（ベア局面と反発局面）からは推移しないとす。したがって、推移確率行列 (transition matrix) は

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & 0 & p_{14} \\ p_{21} & p_{22} & 0 & p_{24} \\ p_{31} & 0 & p_{33} & p_{34} \\ p_{41} & 0 & p_{43} & p_{44} \end{bmatrix} \quad (4)$$

となる。また、ベア状態からブル局面への推移は、ベア局面と反発局面のどちらからでも可能であり、ブル状態からベア局面へについても、調整局面とブル局面の両方から推移できる。

ところで、ベア状態において反発局面という一時的な価格の上昇が見られたとしても、ベア状態は長期的には下降トレンドであり、ブル状態も同様に、長期的には上昇トレンドである。つまり、 $E[R_t|S_t = 1, 2] < 0$ ,  $E[R_t|S_t = 3, 4] > 0$  という条件が必要となる。したがって、マルコフ過程の定常確率 (steady-state probability) を

$$\boldsymbol{\pi} = \begin{bmatrix} \Pr[S_t = 1] \\ \Pr[S_t = 2] \\ \Pr[S_t = 3] \\ \Pr[S_t = 4] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \pi_3 \\ \pi_4 \end{bmatrix} \quad (5)$$

とすると、

$$E[R_t|S_t = 1, 2] = \frac{\pi_1}{\pi_1 + \pi_2} \mu_1 + \frac{\pi_2}{\pi_1 + \pi_2} \mu_2 < 0, \quad (6)$$

$$E[R_t|S_t = 3, 4] = \frac{\pi_3}{\pi_3 + \pi_4} \mu_3 + \frac{\pi_4}{\pi_3 + \pi_4} \mu_4 > 0 \quad (7)$$

を満たさなければならない。定常確率  $\boldsymbol{\pi}$  は、

$$\boldsymbol{\pi} = (\mathbf{A}'\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}'\mathbf{e} \quad (8)$$

から求める。ただし、 $\mathbf{A}' = [\mathbf{P}' - \mathbf{I}, \boldsymbol{\iota}]$ ,  $\mathbf{e}' = [0, 0, 0, 0, 1]$ ,  $\boldsymbol{\iota} = [1, 1, 1, 1]'$  である<sup>1)</sup>。

Maheu *et al.* (2012) ではマルコフ連鎖モンテカルロ法によるベイズ推定を行っているが、モデルのパラメータの推定は最尤法でも行うことができる。そこで本研究では簡単化のため、最尤法でパラメータの推定を行うことにする<sup>2)</sup>。その際には (3), (4), (6), (7) 式の制約を置くことになり、本研究の実証分析では更に (4) 式の推移確率行列の対角要素について

$$p_{11}, p_{22}, p_{33}, p_{44} > 0.9 \quad (9)$$

<sup>1)</sup> 詳しくは Hamilton (1994) を参照のこと。

<sup>2)</sup> マルコフ・スイッチング・モデルの最尤法による推定方法の詳細は、Kim and Nelson (1999) を参照のこと。

表1 4状態マルコフ・スイッチング・モデルの推定結果

	$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{31}$	$p_{33}$	$p_{43}$	$p_{44}$	
推定値	0.900	0.100	0.000	0.985	0.047	0.953	0.022	0.969	
標準誤差	0.048	0.035	0.009	0.008	0.020	0.022	0.022	0.018	

	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$	対数尤度
推定値	-0.771	0.119	-0.704	0.334	6.707	2.921	2.712	1.641	-3063.25
標準誤差	0.874	0.112	0.228	0.165	0.648	0.106	0.179	0.122	

という制約を追加して、トレンドの局面はある程度の期間にわたって持続すると仮定する<sup>3)</sup>。(9)式の制約を満たすように最尤推定を行うには、例えば  $p_{11}$ ,  $p_{12}$ ,  $p_{14}$  については

$$p_{11} = \frac{0.9 + \exp(x_1)}{1 + \exp(x_1)},$$

$$p_{12} = \frac{\exp(x_2)}{1 + \exp(x_2)}(1 - p_{11}),$$

$$p_{14} = 1 - p_{11} - p_{12}$$

と定式化して、 $p_{11}$ ,  $p_{12}$  の代わりに  $x_1$ ,  $x_2$  を推定すればよい。他の推移確率についても同様である。

### 3 実証分析

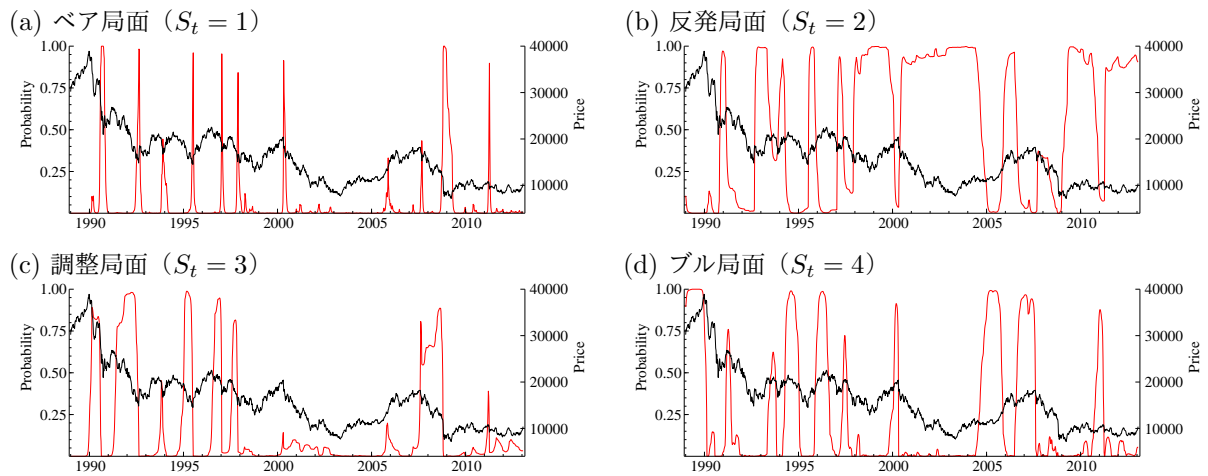
本研究では、日経平均株価の週次の収益率を用いてモデルの推定を行った<sup>4)</sup>。標本期間は1989年1月6日から2012年12月28日まで、標本サイズは1252である。収益率は週末の取引日の終値から計算した。実際には、終値の自然対数値の階差に100を掛けて求めた価格変化率を収益率としている。

表1にモデルの推定結果を示した。推移確率の持続性を見てみると、 $p_{11}$ は下限の0.9となっているがそれ以外の $p_{22}$ ,  $p_{33}$ ,  $p_{44}$ の推定値は1に非常に近く、ベア局面( $S_t = 1$ )を除いた反発局面( $S_t = 2$ )、調整局面( $S_t = 3$ )、ブル局面( $S_t = 4$ )の持続性が高いことがわかる。ベア状態(ベア局面と反発局面)からブル局面への推移確率は $p_{14} = 0$ ,  $p_{24} = 0.015$ であり、ベア局面からはブル局面に推移せず、反発局面からのみとなっている。ブル状態(調整局面とブル局面)からベア局面への推移は、 $p_{31} = 0.047$ ,  $p_{41} = 0.009$ より、主に調整局面からである。平均の値のうち有意であるのは $\mu_4 = 0.334$ だけではあるが、他のパラメータの符号についても各局面のトレンドを表していると考えられる。ボラティリティが最も高いのはベア局面であり、最も低いのはブル局面、そして反発局面と調整局面は同程度ではあるが若干、反発局面のほうが高くなっている。つまり、ベア状態のほうがボラティリティが高く、このことは多くの先行研究の結果と同じである。

図1には、各局面の平滑化された確率(smoothed probability)を赤線で、同時に日経平均株価を黒線で示した。1989年末の史上最高値の時期までブル局面の確率が最も高いことや、2008年秋のリーマン・ショックでベア局面の確率が高まっていることなどが見て取れる。図2は、各時点においてどの局面の確率が最も高い

<sup>3)</sup> Maheu *et al.* (2012)の実証分析においても、推移確率の推定値が高めの値になるように、事前分布のディレクレ分布の期待値を0.8としている。

<sup>4)</sup> 日経平均株価のデータは、日経 NEEDS-FinancialQUEST を利用した。また、パラメータの推定には、プログラミング言語である OxMetrics 5.00 (<http://www.oxmetrics.net/>) を利用した。



注：赤線は平滑化確率（左軸），黒線は日経平均株価（右軸）を示す。

図1 4状態マルコフ・スイッチング・モデルの平滑化確率

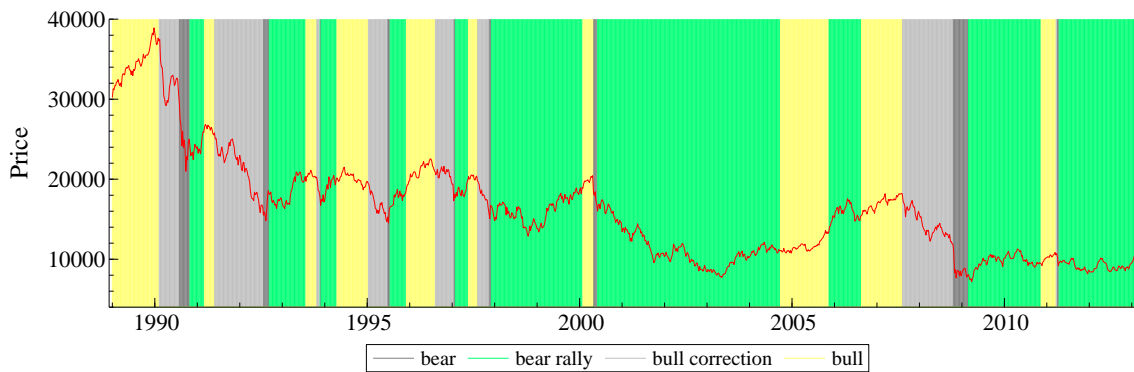


図2 日経平均株価のトレンドの推移

かがわかるように、ベア局面をグレー、反発局面を緑、調整局面を薄いグレー、ブル局面を黄色として色分けしたものである。反発局面からブル局面、調整局面からベア局面など、トレンドの推移は概ね表1の結果と整合的である。

## 4 おわりに

本研究では Maheu *et al.* (2012) の4状態マルコフ・スイッチング・モデルを用いて日経平均株価について分析を行ったが、このモデルの有効性については、他のモデルも含めて検討する必要がある。Maheu *et al.* (2012) ではモデル選択において、平均とボラティリティが独立にスイッチングを起こすモデルを比較の対象としている。ベイズ・ファクターによるモデル選択の結果、本研究で紹介したモデル(4状態マルコフ・スイッチング・モデル)が選ばれたことから、独立にスイッチングを起こすモデルがどの程度、トレンドを識別できるのかは明らかにしていない。ベイズ・ファクターの基準で選ばれないモデルであっても、平均とボラティリティが同時にスイッチングを起こすとは限らないことから、トレンドの識別に関しては、独立にスイッチング

するモデルのほうが優れているかもしれない。この点については、今後の課題としたい。

## 参考文献

- [1] 大鋸崇・大屋幸輔 (2009), 「株式市場におけるブル相場, ベア相場の日次データを用いた分析-ベイジアンアプローチ」, 『ジャフィー・ジャーナル (金融工学と市場計量分析)』, pp.112-150.
- [2] Hamilton, J. D. (1994), *Time Series Analysis*, Princeton, NJ: Princeton University Press.
- [3] Isogai, A., Kanoh, S., & Tokunaga, T. (2008), “A Further Extension of Duration-Dependent Models,” *European Journal of Finance*, 14, pp.427-449.
- [4] Kim, C.-J. & Nelson, C. R. (1999), *State-Space Models with Regime Switching: Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, Cambridge, MA: MIT Press.
- [5] Maheu, J. M. & McCurdy, T. H. (2000), “Identifying Bull and Bear Markets in Stock Returns,” *Journal of Business & Economic Statistics*, 18, pp.100-112.
- [6] Maheu, J. M., McCurdy, T. H. & Song, Y. (2012), “Components of Bull and Bear Markets: Bull Corrections and Bear Rallies,” *Journal of Business & Economic Statistics*, 30, pp.391-403.
- [7] Schaller, H. & van Norden, S. (1997), “Regime Switching in Stock Market Returns,” *Applied Financial Economics*, 7, pp.177-191.
- [8] Shibata, M. (2012), “Identifying Bull and Bear Markets in Japan,” *Asia-Pacific Financial Markets*, 19, pp.99-117.