

証券会社別日経平均オプション超過需要関数の推定について

明海大学 経済学部
准教授 新井啓

1. はじめに

本稿の目的は新井 [2007], [2009a], [2009b], [2010a], [2010b], [2010c]で推定を行った個別証券会社の日経平均先物についての超過需要関数のパラメータを利用して, 個別証券会社のオプションの超過需要関数を求めることである. 本来であるならば, 証券会社別の日経平均オプションの超過需要関数を直接的に推定すべきであるが, 日経平均オプションについては, どの証券会社がどれくらいの量を取引しているのか, あるいはどれくらいのポジションを保有しているのかは全くわからない. 大阪証券取引所が発行している「先物・オプションレポート」では日経平均オプションの取引は外資系証券会社の取引が多いということが分かる程度であり, 証券会社別のオプション取引のデータを知ることはできない.

オプションの価格決定理論である Black/Scholes[1973]のモデルは, 株式市場を含む他のすべての市場ではすでに均衡状態にあり, 均衡していない唯一の市場であるオプション市場の均衡を求めようというものであるから, オプションの取引が株式市場に影響を与えるとは想定されていなかった. オプション市場の規模が小さければ, そのような仮定をおいても問題はないであろう. しかしオプション市場をはじめとするデリバティブ市場での取引が巨大になった現在ではそのような仮定は妥当ではないことは明らかである.

また Black/Scholes[1973]モデルの最大の問題点は, オプション市場から株式市場への影響はないとされているために株価がランダムウォーク仮定に従うと仮定されているところである. このように仮定されることである有限期間における期末の株価は対数正規分布に従うことになる(Black/Scholes[1973], p. 640.). しかしオプション市場から現物市場への影響は現実的には存在するために, このような仮定も妥当ではないことは明らかである.

そのため本稿では岩田[1989], Iwata[1994]の需給均衡をオプション市場の均衡条件とする経済モデルにより, 証券会社別の日経平均オプション超過需要関数のパラメータのおおよその値をこれまでの筆者の研究からどのようにして求められるのかを説明する. なお詳しくは新井[2010d]を参考にしていきたい.

2. オプションの理論モデル

岩田[1989], Iwata[1994]のオプション価格決定の個体間分布のモデルを利用する¹. 満期時

¹岩田[1989], Iwata[1994]では先物を原資産として理論展開されている.

点を t^* , 現在を t で表す. このオプションの原資産は配当がない株式とし, その株式の価値を X , 権利行使価格を K で表す. $T \equiv t^* - t$, t : 現在時点, t^* : 満期時点とする. t における t^* 時点のある投資家の株価予想値を $X \equiv X(t^*)$ とし, $x \equiv \ln X$ と書く. またその主観的期待値を $Y \equiv Y(t^*) \equiv E(X(t^*))$ とし, $y \equiv \ln Y$ と書く. x は正規分布 $N(m, s^2)$ に従うと仮定する. ただし $s \equiv v\sqrt{T}$ である.

投資家の株価予想値 $X(t)$ は次の確率微分方程式で記述できるとしている.

$$dX = \alpha X dt + g X dZ + v X dW$$

ただし α は一定値, g と v は正の一定値, $Z(t)$ と $W(t)$ は相互に独立な標準ウイナー過程であり, $Z(t_0) = W(t_0) = 0$, $Z(t)$ は投資家間の予想の差異を生み出し, $W(t)$ は各投資家の主観的な予想の不確実性を生み出すものとされている.

このとき $X = e^x$ は, 対数正規分布 $\Lambda(m, s^2)$ に従い, $Y = E(X) = \exp(m + (1/2)s^2)$, $\text{Var}(X) = \exp(2m + s^2)(\exp(s^2) - 1)$ となる. 従って

$$\ln Y = y = m + (1/2)s^2$$

である.

$g(x|y)$ を y を与えたときの x の条件付き密度関数 $N(y - s^2/s, s^2)$, $L(y)$ を y を持つ投資家の予想キャッシュ・フローの主観的期待値の現在価値とする.

y を個体間で異なるとし, y の密度関数(個体間分布と呼ぶ)を $f(y)$ とする. コール・オプションを取引する投資家の境界条件は,

$$c = \text{Max}\{X - K, 0\}$$

ここで次のように定義する.

$$\begin{aligned} L(y) &= e^{-rT} E[\max(X - K, 0) | y] = e^{-rT} \int_{\ln K}^{\infty} (e^x - K) g(x|y) dx \\ &= e^{-rT} \int_{\ln K}^{\infty} (e^x - K) \frac{1}{\sqrt{2\pi}s} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2s^2}\right) dx \end{aligned}$$

ここで r は安全資産利子率である. そのため

$$L(y) = e^{-rT} \{e^y \Phi[(y - \ln K)/s + s/2] - K \Phi[(y - \ln K)/s - s/2]\}$$

c をオプション料, $q(y)$ を y を持つ投資家のコール・オプション契約量(正のとき買い, 負のとき売り)とする. $q(y)$ は

$$q(y) = \gamma(L(y) - c) \quad (1)$$

のように決定されると仮定する. γ は正の一定値である. つまり(1)が個別取引者のオプションの超過需要関数であり, 各取引者のオプション損益の主観的価値の割引現在価値と市場均衡で決まるオプション料との差に比例して, オプション市場におけるネットのポジションが決まるというものである.

このようにしてオプション市場におけるネットのポジションが決定されるが, (1)の $L(y)$

の未知パラメータである γ , y と s をどのように推定したらよいのであろうか? 証券会社別のオプションのポジションがないので推定は不可能である. そこで次のような推論を行う. 取引されるオプションが日経平均オプションであるならば, y は SQ 日に実現する日経平均株価の予想価格の期待値に等しいはずである. 日経 225 オプションと先物の原資産は同一であるから, 日経平均先物の証券会社別の予想価格の期待値が推定できれば, その値を日経平均オプションの原資産の予想価格の期待値として使えるはずである. 各証券会社の予想価格の期待値の推定値については新井 [2009b] で示したように日経平均先物の証券会社別超過需要関数のパラメータとして推定することが可能であるために, 日経平均先物の証券会社別超過需要関数のパラメータとして推定された値を代用することが可能である.

SQ 日に実現する日経平均の予想価格の分布の標準偏差である s についても日経平均先物の証券会社別超過需要関数の傾きを示すパラメータに含まれている. そのため原資産が先物とオプションで同一であるならば, 日経平均先物の証券会社別超過需要関数のパラメータとして推定することが可能である.

ところで日経平均先物の証券会社別超過需要曲線の傾きを示すパラメータは絶対的危険回避度と予想価格分布の分散の積の逆数として推定されるが, 超過需要関数を線形としているために推定すべきパラメータが増えすぎて, 予想価格分布の分散と絶対的危険回避度を分離して推定することは不可能になる. そこで富に関する負の指数型効用関数の絶対的危険回避度は対数型効用関数における初期の富の逆数の近似値を与えることを利用し, しかも初期の富は損失許容額と考えて絶対的危険回避度の値に様々な値を与えて, s に相当する予想価格分布の標準偏差の値を計算して求めることが可能である. このように考えても予想価格の分布として正規分布を想定した場合には, 期待値+予想価格分布の標準偏差の-3倍を考えると, その値がマイナスになってしまう場合がある. しかし株価がゼロを下回ることはないから, 期待値+予想価格分布の標準偏差の-3倍が0になるような値を選んでいる. この点については昨年筆者の本レポートである新井[2011]で示している.

本稿におけるコール・オプションの超過需要関数は $q(y)=\gamma(L(y)-c)$ であった. 最後に γ についての推定であるが, 岩田[1989] (p. 208) の投資家集団の平均的資産需要関数より γ は絶対的危険回避度と予想価格分布の分散の積の逆数に相当するために, 日経平均先物の超過需要関数の傾きを示すパラメータの値に相当する. したがって, これまでに筆者が推定してきた日経平均先物の超過需要関数の傾きを示すパラメータの推定値を γ の値として利用することが可能である.

3. まとめ

本稿では証券会社別の日経平均オプションの超過需要関数を日経平均先物契約の超過需要関数のパラメータを用いて数値計算で求めることが可能であることを示した. 日経平均先物も日経平均オプションも同じ日経平均株価指数を原資産としたものであるため日経平均先物の超過需要関数の予想価格分布に関連するパラメータを日経平均オプションの超過需

要関数の推定に利用できるものと考えられる。各証券会社のネットのポジションのデータが存在すれば、非線形推定を行う際に本稿で示したような推定値を初期値として設定することができる。

日経平均オプションの証券会社別の超過需要関数を求めるためには、個別証券会社の予想価格分布の標準偏差を推定する必要がある。本稿においては日経平均先物の証券会社別の超過需要関数のパラメータを利用して個別の証券会社の予想価格分布の標準偏差を求めることが可能であることを示した。ただ日経平均株価についての予想価格分布の標準偏差を計算するためには、現在のままでは複雑すぎるという欠点がある。より簡単に計算することができれば実務的にも非常に有用なものとなるであろう。

本稿のように計算を可能にするためには、各証券会社を通じて取引する顧客と証券会社の自己売買部門の予想価格分布のパラメータは本来異なるはずであるが同一であると仮定する必要がある。また新井[2011]で示したように、各証券会社の予想価格分布の標準偏差を計算するには、その証券会社を通じて取引をする取引者の数を確定する必要があり、予想価格分布を正規分布とした場合には、期待値－標準偏差の3倍がちょうどゼロになるという値になるように取引者の数を設定することで対応を行っている。

本稿で示したようにオプションの超過需要関数を求めるためには、現在利用可能なデータを最大限に利用したとしても、かなり複雑な手続きを踏まなければならないため、その点から言うと本稿は実用的なものではなく、試論的なものであると言わざるを得ない。本稿をさらに発展させるには日経平均オプションの証券会社別建玉のデータから直接的に非線形推定を行うことが必要である。

4. 参考文献

Black, Fisher and Myron Scholes[1973] “The Pricing of Options and Corporate Liabilities,” *Journal of Political Economy*, Vol. 81, pp. 637-659.

Iwata, G. [1994] “An Options Premium Model with Heterogeneous Expectations,” *KEO Discussion Paper No. 36*.

新井啓[2004]「商品先物市場における価格操作行動の計量分析」『商品取引所論体系』第12巻，全国商品取引所連合会，pp. 375-398.

新井啓[2007]「個別会員の経済行動の計量分析（日経平均先物と商品先物との違い）」、『商品取引所論体系』第13巻，全国商品取引所連合会，pp. 146-186.

新井啓[2009a]「手口表による日経平均先物需要曲線の測定」明海大学『経済学論集』, Vol. 21, No. 1, pp. 1-13.

新井啓[2009b]「期待の異質性の計測」明海大学『経済学論集』, Vol. 22, No. 1, pp. 1-13.

新井啓[2010a]「日経225先物市場における建玉の共変動の利用による個別証券会社超過需要関数の計測」立正大学『経済学季報』, 59-3.

新井啓[2010b]「異質的期待仮説を前提とした個別取引主体の予想株価確率分布期待値の

推定とその統計的特性」明海大学『経済学論集』, Vol. 22, No. 1, pp. 1-13.

新井啓[2010c]「日経 225 先物 2007 年 6 月限の証券会社別超過需要関数の計測」立正大学『経済学季報』, 59-4.

新井啓[2010d]「日経 225 オプション契約の超過需要関数の計測について」立正大学『経済学季報』, 60-1.

新井啓[2011]「個別証券会社の日経平均株価予想確率分布の推定」大阪証券取引所『先物・オプションレポート』

岩田暁一[1989]『先物とオプションの理論』東洋経済新報社.