

## 解 説

### オプションアプローチによる リレーションシップバンキングの考察

山田 雅章<sup>1</sup>

#### 1 はじめに

株価や信用スプレッドといった市場レートを利用したマーケットドリブン型信用リスク評価モデル(以降、単に信用リスクモデルと記す)の進歩が著しい。これらのモデルの特徴は、市場レート変動を数学的にモデル化することにより、使用する市場レートが均衡レートであることを数学的に証明している点にある。すなわち、市場レート変動の数学的記述を受け入れさえすれば、信用リスクモデルは利用者にフェアな信用リスク量を提示してくれる。その点で、信用リスクモデルはクレジットデリバティブや信用リスク管理の分野で利用価値が大きい。

しかし、信用リスクモデルを現実の社債市場に適用してみると、信用リスクモデルがうまく機能しているとは言い難いケースにたびたび直面する。信用リスクモデルがうまく機能しない理由を、わが国社債市場の非効率性と言って片付けてしまうことは短絡的過ぎる。約定通りの返済が厳守される社債と、貸出先企業の支援までもが視野に入った返済計画の再構築が図られる銀行ローンとでは信用リスク評価方法が違って自然である。企業の資金調達において米国と違って銀行ローンが優勢なわが国のクレジットマーケットでは、社債調達が主流の米国で開発された信用リスクモデルがうまく機能しないのは当然の結果と言えなくもない。

一方、信用リスクモデルで採用されているオプションアプローチは、社債と銀行ローンの相違を浮かび上げさせる際の有効なツールにもなる。本稿では、オプションアプローチを用いて、銀行と借り手が1対1の長期的関係にあるリレーションシップバンキングにおいては金利減免等の支援措置に合理性があること、負債比率が高い中小企業の社債調達は一般的に困難であり、銀行ローンが受け皿とならざるを得ないこと、を検証する。

本稿の内容は次のとおりである。最初に企業価値モデルを前提として倒産確率と貸出金利の関係を確認する。

次に、借換による返済を前提とすることにより、社債調達と銀行ローンの相違を示す。最後に、経営不振貸出先に対する金利減免等の支援措置の合理性を考察する。

#### 2 貸出金利

自己資本比率10%、税引き後ROE5%、実効税率50%、人件費・物件費である資金調達コスト1%の銀行を考えよう。簡単のために預金は解約不可の1年物定期預金で、預金金利0.1%、貸出の期間は1年とする。この条件下で、必要最低限な貸出金利は、

$$1.99\% = 10\% \times 10\% + 90\% \times 1.1\%$$

として求まる。現実の貸出では、これに信用リスクや期間リスクに応じた上乗せがある。しかし、本稿では議論を分かり易くするために期間リスクを考えず、信用リスクだけに着目して信用リスクに応じた金利上乗せを考えることにする。

貸出先が倒産し、清算を行った場合の貸出元本の回収率を20%としよう。大数の法則を前提とすれば、信用リスクの上乗せ分S%は次式で計算される。

$$(100\% + 1.99\% + S\%) \times (1 - ) + \times 20\% = 100\% + 1.99\%$$

$$S\% = 81.99\% \times \div (1 - )$$

ただし、は倒産確率である。

現実には大数の法則を前提とするほどの貸出件数がなく、また、倒産確率の予測精度も十分ではないために信用リスクプレミアムが生じる。つまり、上記で算出した上乗せ分S%を採用した場合、確率的に収益目標1.99%を下回る恐れがあり、目標未達を避けるためにS%にさらなる上乗せ(信用リスクプレミアム)を要求するというわけだ。さらに、倒産確率に応じて貸倒引当金の積立(有税)が法規的に要請されることを考えれば、銀行が信用リスクプレミアムを要求するのは自然であろう。本稿では、信用リスクプレミアム(P%)をS%と同様な数値と仮定する。

上記をまとめることで、倒産確率の貸出先に対する貸出金利は次式で計算される。

$$1.99\% + 2 \times 81.99\% \times \div (1 - )$$

#### 3 企業価値モデル

企業は予測不可能な森羅万象の影響を受け、それらに対して経営者が合理的かつ効率的な対応をし、さらに、人材市場を含めて資産には完全な流動性があると仮定し

<sup>1</sup> U F J つばさ証券法人営業本部チーフアナリスト。本稿は筆者の個人的な見解に基づくものであり、いかなる意味においても筆者の所属する機関の意見を表明するものではない。また、筆者は本稿の完全性や正確性を保証しない。

よう。また、企業の価値Vは(1)式に従って変動するものとしよう。

$$dV/V = \mu dt + \sigma dz \quad (1)$$

ただし、 $\mu$ は企業の平均成長率、 $\sigma$ は企業の成長率の変動性を記述するパラメータである。

さて、貸出先企業が1年物でDの借入をしたとする。貸出金利をR%とした場合、1年先の企業価値が

$$D \times (1 + R\%)$$

を下回ると貸出債権はデフォルトする。(1)式に基づきデフォルト確率  $\rho$  は数理統計によって次式で計算される。 $\nearrow$

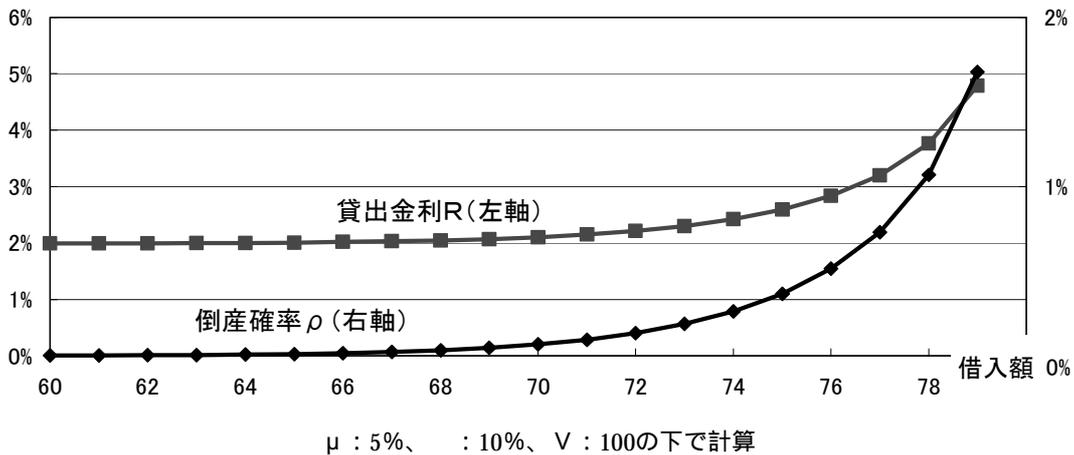
$$h = \frac{D(1+R) - Ve^{\mu}}{Ve^{\mu}\sigma}$$

$$\rho = \int_{-h}^h \frac{1}{2\pi} \exp(-\frac{1}{2}v^2) dv$$

ただし、 $\sigma$ は円周率。

貸出金利Rはデフォルト確率  $\rho$  の関数であり、従って、 $\rho$ とRは同時に決定される。図1はVに対するDの比率を変化させたときの、 $\rho$ とRの動きを示したグラフである。DがVの80%以上では  $\rho$ とRが同時に満足されることはない。すなわち、銀行が、企業価値Vの80%以上の貸出をすることはない。

図1 借入額に伴う倒産確率と貸出金利の変化



#### 4 借り換えの導入

企業価値モデルでは、暗黙のうちに、資産に流動性があり、将来のキャッシュフローを自由に現金化でき、返済に充てることを想定していた。そのため、債権デフォルトの有無は、返済時点における企業価値と返済額から直接に判定できた。しかし、現実には企業の資産の流動化は簡単ではなく、時間とコストを要する。現実には企業価値が返済額を上回っていたとしても借り換えによって返済が成される場合が多い。ここでは、借り換えによる返済を前提としたときに貸出金利Rがどのようなものとなるかを考察する。

前章の設例では、借入時点の企業価値100に対して、借入が70の場合、貸出金利Rは約2%であり、例えば1年後の返済時点で企業価値が75以上あれば返済可能であった。しかし、借り換えによる返済を前提とした場合、借入時点の企業価値75に対して利息込みの返済額73.5の借入は可能であろうか？答えは「ノー」である。企業価値

に対する最大借入額の比率は借入時点の企業価値の79.76%に留まるためだ。

借り換えの導入によって貸出金利がどのように変化するかをみるために2期間モデルを設定しよう。

0 時点：借入条件の決定

1 時点：借り換えと借入の返済

2 時点：資産の流動化による借入の返済

2 時点目の返済は、資産に十分な流動性があると仮定した第3章で述べた方法による返済が行われるものとする。

さて、0 時点で、企業価値は  $V_0$  であり、借入額は  $D$ 、借入金利は  $R$  とする。1 時点での企業価値を  $V_1$  とする。1 時点の返済額は  $D \times (1 + R)$  であり、それを借り換えによって調達するので、1 時点の借入額  $D_1$  は  $D \times (1 + R)$  に他ならない。

2 時点での借入額  $D_1$  の返済は第3章で述べた方法に

よるため、1時点においてD1の借入が起こせるか否かは、D1がV1×79.76%よりも小さいか否かによって決まる。従って、0時点の借入については、

D1 > V1 × 79.76% のときにデフォルト。従って、銀行はD × 回収率のキャッシュフローを得る。

D1 < V1 × 79.76% のときにデフォルトせず。従って、銀行はD × (1 + R) のキャッシュフローを得る。

デフォルト確率 は数理統計によって次の式によって得られる。

$$h = \frac{D(1+R) - Ve^\mu}{Ve^\mu \sigma}$$

$$\rho = \int_0^h \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}v^2\right) dv$$

図2に0時点の貸出金利を示す。借り換えの考慮により、0時点で貸し出せる金額は抑制されたものとなる。

### 5 リレーションシップバンキング

社債による市場からの資金調達では、信用リスクが高まるに連れて高い金利が要求される。また、現存の借入金の貸し手と、借り換え資金の貸し手との関係は無い。これに対して、銀行ローンでは、銀行と借り手が長期的な関係にあるケースが普通である。ここで長期的関係とは、一回ごとの取引で経済性を追求するのではなく、数期間の「長期」に亘る取引の経済性に則った資金貸借を行うことを意味する。長期的関係にある資金貸借をリレーションシップバンキング(以下リレバンと略記)という。ここではリレバンにおける資金貸借を考察しよう。

### (1) 2期間貸出モデル

前述の2期間モデルにおいて1時点における借り換えを省略した貸出を考えよう。すなわち、第一期の結果がどうであろうとも貸出先を支援し、あらかじめ約定された金利で第二期の貸出も行う、と考えることによってリレバン貸出を特徴付けよう。ただし、前述の例と同様に2時点では清算型の返済を行うものとする。

簡単のために、第一期分の利息も2時点で支払うものとする。デフォルトは2時点だけで起き、その条件は2時点における企業価値V2が返済額を下回っていることである。

$$V2 < D(1 + R \times 2)$$

デフォルト確率 は次の式によって得られる。

$$h = \frac{D(1 + R \times 2) - Ve^{2\mu}}{Ve^{2\mu} \sigma \sqrt{2}}$$

$$\rho = \int_0^h \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}v^2\right) dv$$

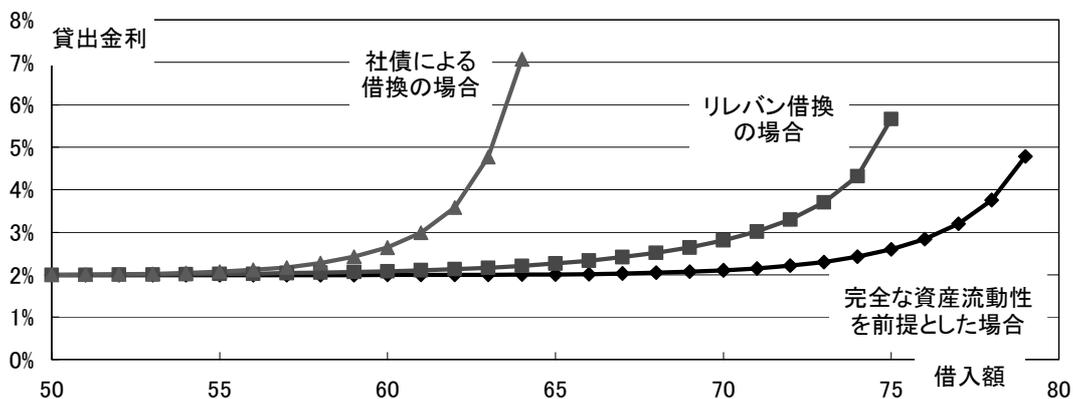
スプレッドSは以下の計算式によって得られる。

$$(100\% + 1.99\% \times 2 + S\% \times 2) \times (1 - \rho) + \rho \times 20\% = 100\% + 1.99\% \times 2$$

$$S\% = 41.99\% \times \rho \div (1 - \rho)$$

図2は、0時点の企業価値Vを100としたときの負債額Dに応じた貸出金利を示したものである。負債が多く、社債調達ができない企業に対してもリレバン貸出は実施可能であることが分かる。

図2 借入額に伴う貸出金利の変化



(2) 金利免除オプション

2 期間モデルでは、銀行は 1 時点で返済を求めることはなかった。しかし、実際には銀行は借り手をモニターし、事業のリストラクチャリングを支援したり、1 時点において返済を行使するオプションを持っているのが普通である。そこで、銀行は 1 時点における企業価値 V' をモニターし、V' があらかじめ設定された境界値 K を下回る場合には金利免除を行うとした場合、貸出金利がどのように変化するかをみることにしよう。

1 時点における企業価値が K を下回る確率 は次のようになる。

$$h = \frac{K - Ve^{\mu}}{Ve^{\mu} \sigma}$$

$$\rho = \int_0^h \frac{1}{2\pi} \exp(-\frac{1}{2}v^2) dv$$

2 時点において正常に返済が行われる確率 P は次のようになる。↗

$$j = \frac{D(1 + 2R) - Ve^{2\mu}}{Ve^{2\mu} \sigma \sqrt{2}}$$

$$P = N(h, \infty; j, \infty; 0.5 \times \sqrt{2})$$

ただし、N は 2 変量標準正規分布。

次に、金利減免されて償還する確率 Q は、次のようになる。

$$l = \frac{D - Ve^{2\mu}}{Ve^{2\mu} \sigma \sqrt{2}}$$

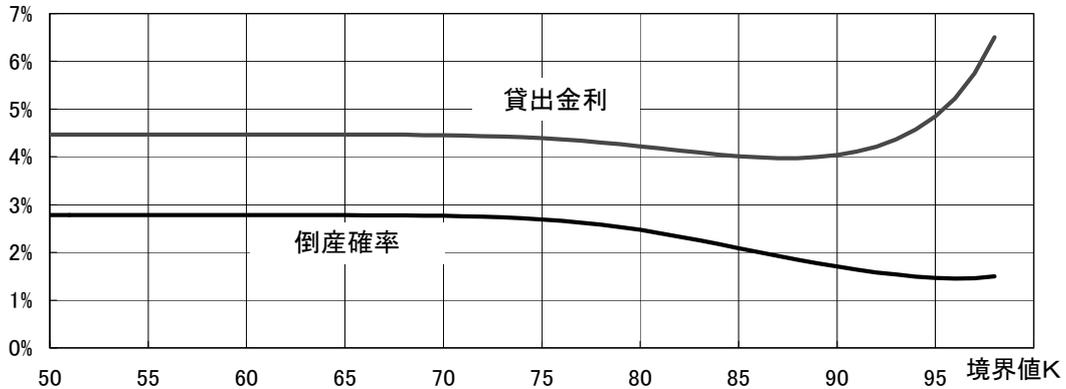
$$Q = N(-\infty, h; l, \infty; 0.5 \times \sqrt{2})$$

デフォルト確率 O は、次式によって得られる。

$$O = 1 - P - Q$$

現在の企業価値を 100、負債 D を 74 に設定し、K を変化させてデフォルト確率と貸出金利の動きをみたのが図 3 である。

図 3 金利減免境界値 K の水準に伴う倒産確率と貸出金利の変化



K が 87 のときに貸出金利は最低になる。これは、境界値を 87 に設定し、1 時点における企業価値が 87 を下回った場合には金利免除によって借り手企業を支援した方が有利であることを示している。一方、K を上昇させるに連れて金利免除貸出が増え、収益力が低下していく。それをカバーするために貸出金利を上昇させる必要が生じてくる。K が 96 のときデフォルト確率は最低となるが、貸出金利は K を低く設定されたときの水準 4.5% を超えている。

6 むすび

債務返済計画に柔軟性のない社債と比較して、銀行ローンには金利減免などの柔軟性がある。本稿では、銀行

ローンの持つ柔軟性の効果をオプションアプローチによって検証した。その結果、銀行と借り手の両方が有利となる柔軟性の存在を確認できた。本稿の実務への応用として不良債権問題がある。“不良債権処理において、市場原理による淘汰を進める他にも、リレーションシップバンキングによる企業支援が効果的なケースもある”というのが本稿の含意である。

本稿の延長線上には、ベンチャー企業ファイナンスの分析、社債と銀行ローンを合わせ持つ企業の信用リスク評価、銀行ローンから社債への変換として機能する CLO の意義など興味深い研究課題がある。これらについては別の機会に報告したい。