

## 解 説

### 「日中気配データを用いたプット・コール・パリティの検証」

青山学院大学経済学部 助教授  
芹田 敏夫

#### 1. はじめに

近年、証券市場の分析において、個々の約定についての取引データ(ティックデータ)を用いた分析が増えてきた(株価指数先物・オプションについては、Lee-Nayar[1993], Lim[1992]など)。それによって、流動性や日中の価格変動など市場のミクロの状況を詳細に分析を行うことが可能となった。本稿では、芹田[2002]の分析の中から、日経平均オプションについて、日中取引データ、特に5分ごとの気配値(ビッド価格とアスク価格)を用いたプット・コール・パリティの検証結果を紹介する。5分ごとの気配値を用いることにより、プット・コール・パリティからの乖離を、現実のアービトラージャーが直面する状況に極めて近い状況でチェックすることが可能となる。また、オプションのマネネス(インザマネー、アウトオブザマネーの程度)は、オプションの流動性に大きな影響を与えるため、流動性がプット・コール・パリティからの乖離に与える影響も分析する。

#### 2. 分析手法

同一行使価格のコール、プット、先物の価格の間には、完全市場の下で裁定機会がない時、以下に示す先物版のプット・コール・パリティが成立する。ただし、原証券には、配当はないヨーロッパ・オプションの場合である。

$$(1) \quad P_t = C_t - F_t e^{-rT_f} + K e^{-rT_0}$$

$P_t$  : プット価格、 $C_t$  : コール価格、 $F_t$  : 先物価格、  
 $K$  : 行使価格、  
 $r$  : リスクフリーレート、  
 $T_0$  : プット・コールの満期までの期間、  
 $T_f$  : 先物の満期までの期間

先物とオプションの満期日が同一である時、 $t$ 時点での(1)に基づいた資金ゼロのポジションを組んで満期日にポジションを解消すれば、リスクの無い裁定取引となる。満期日には先物価格は必ず現物価格と等しくなるからである。しかし、先物とオプションとが同一満期でない場合、(1)は等号で成立するのではなく、近似式となる。どれほど等号に近くなるかどうかは、先物価格の理論価格からの乖離に依存する。先物乖離が大きいほど(1)からの乖離が大きくなることが予想される。

本稿では、リアルタイムの気配値を用いることによって、先物版のプット・コール・パリティからの乖離を、以下のような2つの実行可能な裁定利益として算出する。ロングポジションを取るときにはアスク価格を用い、ショートポジションを取るときにはビッド価格を用いることによって裁定利益を算出するのである。

第1の裁定利益 $ARB1_t$ は、プットをロング、コールをショート、先物をロング、リスクフリーをショートしてそれぞれ1単位取引した時の裁定利益で、以下のようになる。

$$(2) \quad ARB1_t = -P_{At} + C_{Bt} - F_{At} e^{-rT_f} + K e^{-rT_0}$$

$P_{At}$ : プット買値(アスク)、 $C_{Bt}$ : コール売値(ビッド)、 $F_{At}$ : 先物買値(アスク)

また、 $ARB1_t$ とは正反対のポジションから得られる裁定利益は、 $ARB2_t$ として以下のように定義する。

$$(3) \quad ARB2_t = P_{Bt} - C_{At} + F_{Bt} e^{-rT_f} - K e^{-rT_0}$$

$P_{Bt}$ : プット売値(ビッド)、 $C_{At}$ : コール買値(アスク)、 $F_{Bt}$ : 先物売値(ビッド)

これらの2つの裁定利益は、約定価格や仲値(ビッドとアスクの中間値)を用いるよりも、プラスの値をとりにくくなる。検証すべきことは、日経平均先物・オプション市場において裁定機会があるかどうかであるから、 $ARB1_t$ 、 $ARB2_t$ を用いて、十分大きいリアルタイムでの裁定利益(プラス値)が存在するかをチェックする。なお、これからの分析では、2つの乖離を日経平均先物価格で割って基準化した乖離率( $ARB1X$ 、 $ARB2X$ )を用いる。

#### 3. データ

本稿で用いるデータは日経平均先物と日経平均オプションの5分ごと気配データである。そのため、データ量が膨大となる。そのため、ここで用いる日経平均オプションは、配当落ちの影響のほとんどない198年7月、8月、9月限月(各限月のすべての行使価格のコールおよびプットで、プット29銘柄、コール29銘柄)に限定した。サンプル期間は、取引が活発に行われる期間を用い、具体的には最終取引日までの最大90日間とした。分析対象の銘柄については、表1にまとめてある。サンプル期間中の日経平均の推移は、図1にある通りである。16,317円から始まり、7月半ばに最高値を記録するが、全体的に下げ基調を示している。乖離率を計算する際に用いる日経平均先物は98年9月限月物で、全取引データから気配値(ビッドとアスク)を取り出して用いる。マネネス(インザマネー、アウトオブザマネーの程度)別の分析を行うが、マネネスは、(行使価格 - 日経平均指数値)の差から、ディープ・アウトオブザマネー、アウトオブザマネー、ニアザマネー、インザマネー、ディープ・インザマネーの5つに分類した。表2のとおりである。なお、分析に用いたデータはすべて日経QUICK情報(株)からの提供を受けたものである。

表1 各銘柄の説明

限月	プットの銘柄数	最低行使価格	最高行使価格	サンプル期間
98年7月限月	10	13,500	18,000	98.4.13 - 98.7.9
98年8月限月	9	13,500	17,500	98.5.18 - 98.8.13
98年9月限月	10	13,000	17,500	98.6.15 - 98.9.10

コールもプットと同じ限月、同じ行使価格の銘柄が存在

図1 日経平均指数の推移 98年4月13日-98年9月10日

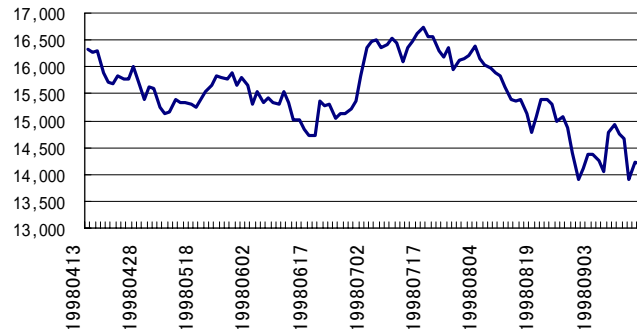


表2 マネネスの定義

(行使価格 - 指数) の差	プットのマネネス	コールのマネネス
- 1,000円以下	ディーブOTM	ディーブITM
- 250円から - 1,000円	OTM	ITM
- 250円と250円の間	ニアザマネー	ニアザマネー
250円から1,000円	ITM	OTM
1,000円以上	ディーブITM	ディーブOTM

OTMは、アウトオブザマネー、ITMはインザマネーを表す。

#### 4. 気配値の存在率

次に、日経平均オプションの日中の気配値がどのくらいの頻度で存在していたかを見てみる。日経平均先物については、5分おきのほぼすべての時間帯で、気配値が存在しているのに対し、日経平均オプションについては、銘柄、マネネスによって、気配値の存在率は大きく異なる。日経平均オプションの気配値がどのくらいの頻度で存在していたかを、全サンプルとマネネス別で示したのが表3である。サンプル期間での5分おきの全データ数は88,816個であった。表3では、気配存在率、ペア存在率を算出している。気配存在率とは、サンプル期間中の5分ごとの全時間帯に占める、同一行使価格のコールまたはプットのどちらか一方の気配値が存在した時間帯の

割合を表す。また、ペア存在率は、5分ごとの全時間帯のうち、同一行使価格のコールとプットの両方の気配値が同時に存在した時間帯の割合を示している。表3より、全サンプルでの気配存在率は、80%を超える高い水準となっている。しかし、ペア存在率は30%弱で、気配存在率に比べて大幅に小さい値となっている。これは、コールとプットのどちらか一方の気配値はほとんどの場合で存在していても、両方とも存在するケースは少ないことを示している。どちらか一方の気配値しか存在しないと、プット・コール・パリティの計算ができない、すなわち同一行使価格のコールとプットを用いた裁定取引が困難となるのである。

このような傾向は、アットザマネーから離れるほど強くなる。このことは、マネネス別の気配存在率・ペア存

表3 マネネス別の気配存在率

	気配存在率	ペア存在率	気配存在数	ペア存在数	気配不存在	総数
全サンプル	83.3%	29.4%	73,981	26,077	14,835	88,816
ディーブOTM	82.3%	11.9%	17,534	2,539	3,764	21,298
OTM	92.5%	40.2%	15,040	6,543	1,227	16,267
ニアザマネー	90.4%	67.1%	9,469	7,022	1,003	10,472
ITM	88.6%	43.9%	13,285	6,583	1,702	14,987
ディーブITM	72.3%	13.1%	18,653	3,390	7,139	25,792

プットに着目して計算したもので、マネネスは、プットのもの

気配存在率：総数のうち、同一行使価格のプットとコールのいずれか一方の気配が存在する割合

ペア存在率：総数のうち、同一行使価格のプットとコールの両方の気配が存在する割合

在率から明らかである。ニアザマネーでは気配存在率は90%、ペア存在率は67%と、同一行使価格のプットとコールのどちらか一方の気配値が存在する時には、多くの場合もう片方の気配値も存在する。それに対して、ニアザマネーから離れると、気配存在率はあまり低下しないにもかかわらず、急激にペア存在率が低下し、コールがプットのいずれか一方の気配値しか存在しないケースが過半数を超えるのである。これは、ニアザマネーから離れると、気配存在率の観点からも流動性が低下することを示している。このようなマネネスごとのペア存在率の違いに基づく流動性の大きな違いは、裁定取引の行い易さに直接関係し、乖離率にも大きな影響を与えることが容易に予想できる。

#### 5. 先物版プット・コール・パリティの検証

次に、本稿の中心課題である先物版プット・コール・パリティの検証に入る。ある時刻における同一行使価格のプットとコールのペアについて、一方の気配値しか存在しない場合は(2)、(3)の乖離を算出できないため、サンプルから除いた。その結果、表3から明らかのように、ニアザマネーから離れたオプションでは、多くのデータが除外されることになった。

表4は、2つの乖離率ARB1XとARB2Xの基礎的な統計量(平均、標準偏差、最小、最大)を全サンプルおよびマネネス別で示している。なお、表4-1には、先物乖離率FKAIRIX((先物価格-先物理論価格)/先物価格)も示しており、このサンプル期間では平均は-0.27と大きくマイナスであったことがわかる。これは、サンプル期間の多くの時期で先物価格が理論価格に比べて割安であったことを示している。実際の裁定取引の利益に近いARB1XとARB2Xの平均は、それぞれ-0.14、-0.36と共

にマイナスとなっている。これは、日経平均先物・オプション市場の効率性と整合的な結果である。ただし、2つの乖離率でいずれも、発生割合は小さいが、大きなプラス値が存在している。最大値は2%を超えており、この値はスプレッド以外の取引コストを考慮しても大きな値、すなわち裁定機会の存在を示している。ただし、このような大きなプラスの乖離率がどのくらいの頻度で発生したのかが重要なので、乖離率の分布についてはすぐ後で検討する。

流動性は銘柄ごとよりも、マネネス(あるいは価格水準)が大きな影響を与えるので、乖離率についてもマネネス別に分析することが重要である。そこで、表4-2では、2タイプの乖離率ごとに、マネネス別で乖離率の基礎統計を示している。ARB1X、ARB2Xとも、どのマネネスでも平均はマイナスとなっている。ニアザマネーでは、乖離率の平均がほぼゼロ、標準偏差、最大値、最小値もその他のマネネスに比べて大幅に小さい。特に標準偏差が0.25%前後であることから、プラスの大きな乖離はニアザマネーではほとんど生じていないことがわかる。よって、ニアザマネーについては先物版プット・コール・パリティは成立しているとみなすことができる。それに対して、ニアザマネーから離れたマネネスのオプションでは、標準偏差が大きく、乖離率の大きいものがしばしば発生することがわかる。

表4だけでは、絶対値の大きい乖離率の発生がどのくらいの頻度でおこるかはわからないので、乖離率の分布から発生頻度を検討する。図2は、乖離率をヒストグラム(相対度数)で示したもので、全サンプルおよび3つのマネネス別で示している。図2-1から、ARB1XとARB2Xは、ともに0を超える乖離率の発生割合が小さく、特に0.4%以上の割合は数%とごくわずかである。

表4-1 乖離率の基礎統計(全サンプル)

	平均	標準偏差	最小値	最大値	サンプル数
FKAIRIX	-0.269	0.167	-1.326	1.234	73,662
ARB1X	-0.143	0.376	-2.877	2.361	23,858
ARB2X	-0.360	0.370	-2.883	2.505	23,858

表4-2 乖離率の基礎統計(マネネス別)

#### ARB1X

	平均	標準偏差	最小値	最大値	サンプル数
ディーブOTM	-0.237	0.519	-2.877	2.128	2,461
OTM	-0.144	0.309	-1.812	2.087	6,156
ニアザマネー	-0.141	0.263	-1.734	1.338	6,161
ITM	-0.122	0.356	-2.748	2.181	5,998
ディーブITM	-0.108	0.544	-2.824	2.361	3,082

#### ARB2X

	平均	標準偏差	最小値	最大値	サンプル数
ディーブOTM	-0.302	0.520	-2.501	2.166	2,461
OTM	-0.362	0.316	-2.644	1.427	6,156
ニアザマネー	-0.341	0.246	-2.209	1.439	6,161
ITM	-0.373	0.358	-2.398	2.505	5,998
ディーブITM	-0.415	0.518	-2.883	2.235	3,082

図2 - 2 ~ 4は、マネスごとの乖離率の分布を示している。ディーブ・アウトオブザマネーおよび、ディーブ・インザマネーにおいては、ARB1X、ARB2Xとも、0.4を超える乖離の発生割合がかなり多くなっている。それに対して、ニアザマネーでは、0.4を超える割合がほぼゼロとなっており、先ほど表4で述べたニアザマネーでの裁定機会の不存在をさらに明確にしている。

このように、ニアザマネーでは裁定機会が存在しないことがはっきりしたが、ニアザマネーから離れた銘柄での大きな乖離率は裁定機会と考えてよいのであろうか。

図2 - 1 乖離率の分布 (全サンプル)

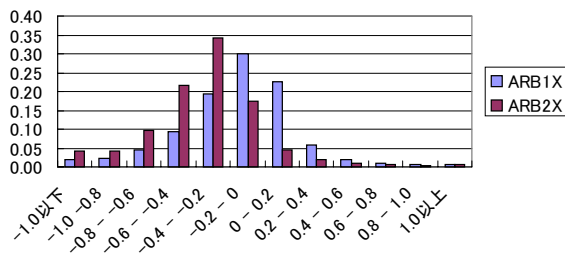


図2 - 2 乖離率の分布(ディーブアウトオブザマネー)

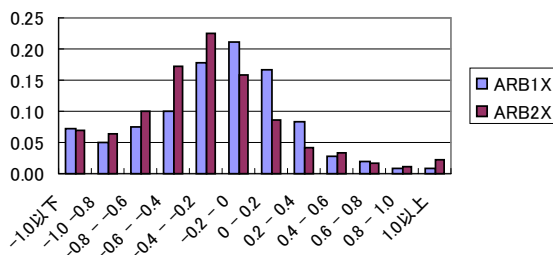


図2 - 3 乖離率の分布 (ニアザマネー)

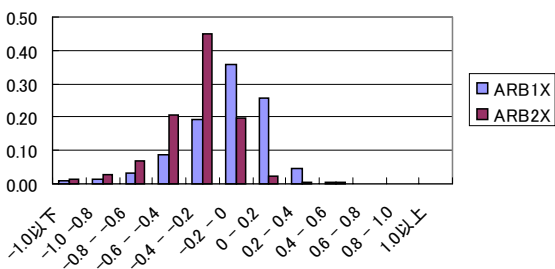
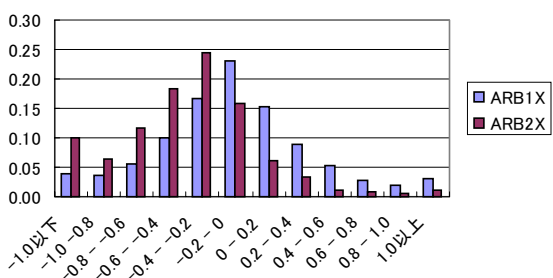


図2 - 4 乖離率の分布 (ディーブインザマネー)



ニアザマネーから離れると、前節の分析で示したように急激に流動性が低下し、気配のペア存在率が低下する。そのような状況のもとでは、乖離率が大きくなって裁定機会が発生しているとは必ずしもいえない。ではどれだけ以上の乖離率であれば裁定機会が存在するかについては、ケースバイケースであり、1%を超えるものについては、瞬間的に生じてすぐ消えてしまうものであれば裁定機会とはいえない可能性があるが、ある程度の時間継続して発生していれば裁定機会と考えることができるであろう。

6 . おわりに

ここまでの分析結果をまとめると以下ようになる。あるプットの気配値に対する同一行使価格、同時刻のコールの気配値の存在率は、アットザマネー近辺では90%を越すが、インザマネー・アウトオブザマネーの程度が大きくなるにつれて、急激に低下する。マネスの絶対値が大きくなるにつれて気配が存在する確率が低下するためである。その結果、プット・コール・パリティに基づく裁定取引を行うことが困難となる場合が多い。

本稿では、ビット・アスク・スプレッド以外の取引コストは明示的には扱わなかったが、先物版のプット・コール・パリティについての気配値を用いたリアルタイムでの裁定の可能性については、ほとんど存在しないという結果が得られた。特に、最も流動性の高いニアザマネーでは裁定機会は存在しない。ただし、アットザマネーから離れるほど、大きなプラスの乖離率の存在割合は増加する。ディーブ・インザマネー、ディーブ・アウトオブザマネーで大きなプラスの乖離がわずかに存在する。それらは、低流動性に伴う取引コストの上昇の影響で説明可能であるが、一部は裁定機会が存在するとみなしうるものもあった。

本稿で行ったような日中の取引データあるいは気配値を使った分析は、日経平均オプションの価格形成をより詳細に分析することができる。さらに、インプライド・ボラティリティについて、日中変化やコール・プットの差などを分析することによって、さらに興味深い結果が得られることが期待される。

参考文献

Lee, J.H. and N.Nayar [1993] "A Transactions Data Analysis of Arbitrage between Index Options and Index Futures." *Journal of Futures Markets*, 1993, vol. 13, pp. 889-902.  
 Lim, K.G. [1992] "Arbitrage and Price Behavior of the Nikkei Stock Index Futures." *Journal of Futures Markets*, 1992, vol. 12, pp. 151-161.  
 芹田敏夫 [2002] 「取引データから見た日経平均オプション市場の特性と裁定機会の検証」  
 青山学院大学総合研究所 経済研究センター研究叢書、第11号所収