日本取引所グループ
JAPAN EXCHANGE GROUP

JPX WORKING PAPER

JPXワーキング・ペーパー

日経225オプションをもとに算出したテールリスク指標について

脇屋　勝
大屋　幸輔

2025年1月20日

Vol. 46

JPX ワーキング・ペーパーは、株式会社日本取引所グループ及びその子会社・関連会社（以下「日本取引所グループ等」）の役職員及び外部研究者による調査・研究の成果を取りまとめたものであり、学会、研究機関、市場関係者他、関連する方々から幅広くコメントを頂戴することを意図しております。なお、掲載されているペーパーの内容や意見は執筆者個人に属し、日本取引所グループ等及び筆者らが所属する組織の公式見解を示すものではありません。

日経 225 オプションをもとに算出したテールリスク指標について

脇屋　勝*
大屋　幸輔†

2025 年 1 月 20 日

要旨

日経 225 オプションの注文・約定データからわが国で初めて Cboe の算出方法に基づく日経平均の SKEW を日経平均 VI と同様の頻度の 15 秒間隔で算出し、その基本的な性質や特徴について検討を行った。日経平均の SKEW は、日経平均 VI とは異なる情報を持ち、日経平均株価の将来のリターンに対しても、市場参加者のコンセンサスを把握する上で有用であることが確認できた。今後、日経平均 VI に加えて、投資家が市場を多面的に捉える指標の 1 つとして日経平均の SKEW も利用可能になれば、より多くの投資家のマーケットへの参加が促進され、効率的な価格形成が可能になると思われる。本研究の成果が、今後、わが国において日経平均の SKEW に関する研究の蓄積や日経平均の SKEW の算出・公表の検討につながることが期待される。

* 日本取引所自主規制法人 売買審査部 (m-wakiya@jpx.co.jp) 。本稿に記載されている内容や意見は筆者個人に属し、株式会社日本取引所グループ及び日本取引所自主規制法人等、筆者が関係する組織の公式見解を示すものではない。また、ありうべき誤りは、全て筆者個人の責に帰すべきものである。
† 大阪大学 大学院経済学研究科 数理・データ科学教育研究センター

1 はじめに

マーケットが大幅に急落した場合、投資家を始めとする市場関係者に予想外の損失が生じるなど大きな痛みを伴う。マーケットが急落する予兆が少しでも事前に把握できれば、ポジションの調整やヘッジを掛ける等、取り得る手段を検討する余地がある。問題は、マーケットの急落を事前に予測するのは難しいことにある。現時点で広く投資家が利用可能なリアルタイムのリスク指標としては、米国の Volatility Index (VIX) 等がある。この指数は、S&P500 オプション取引の価格を用いて算出される恐怖指数と呼ばれるもので、マーケットの不確実性が高まると市場のボラティリティの変動が大きくなる性質を利用して算出され、将来的な不確実性の高まりや投資家の間で意見の相違が拡大すれば値が上昇するとされている。そのため、市場関係者の間ではマーケットの将来的な変動リスクについての投資家のコンセンサスを把握できる指標として知られている。また、VIX と比較すると認知度は低いもののテールリスクを捉えるのに適した指標として、Cboe Options Exchange (Cboe) が算出・公表している Skew Index (SKEW) がある。VIX が恐怖指数と呼ばれるのに対して、SKEW はブラックスワン指数とも呼ばれている。

SKEW は、米国では Cboe が 2011 年から算出・公表し、Nations indexs や米国以外では Bolsasy Mercados Españoles (BME) によって SKEW に相当する指標が算出・公表されている[3]。一方、わが国では SKEW に相当する指標が算出・公表されていない。SKEW は TOPIX 等の一般的な株価指標と比較すると、計算対象となる株価指数オプションの権利行使銘柄の数が多いことに加えて、計算プロセスが煩雑なため、わが国では SKEW の基本的な性質ですら明らかになっていない状況にある。その結果、わが国のマーケットのテールリスクに関する情報が得られないため適切なリスク管理等が行えず本来であればマーケットに参加できる投資家や投資できる資金の流入を妨げている可能性がある。そこで、本稿ではわが国の市場のデータを用いて SKEW を算出し、まずはその基本的な性質や特徴を明らかにし、テールリスクを捉える指標としての有用性を検証することを目的としている。

本稿では大阪取引所の J-GATE システムの全注文・約定データを用いて日経平均 VI と同様の計算頻度である 15 秒間隔で Cboe の SKEW と同様の方法で指標の算出を行い、基本的な性質や特徴を明らかにすることを最初の目的とする[4]。次に、わが国のマーケットの予想外のテールリスクの予兆を捉える指標としての有用性を確認し、既に算出・公表されている大阪大学の VXJ や日経平均 VI とは別の観点からマーケットのリスクを多面的に捉えるために追加するに値する指標として、算出・公表するに値する指標であるのかの検討を行う[5]。

仮に SKEW 自体が有用な指標であるにもかかわらず、投資家が利用できない状況にあれば、マーケットに参加可能な投資家も限定され、結果として、市場における効率的な価格形成が妨げられることになる。多様な意見を持つ投資家の参加を促すためにも、類似する情報

---

[3] Nations indexs は SkewDex、BME は BME35 SKEW をそれぞれ算出・公表している。
[4] Cboe の SKEW Index は、終値ベースの公表。
[5] VXJ は、大阪大学数理・データ科学教育研究センターが算出・公表。日経平均 VI は、日本経済新聞社が算出・公表。

を増やすよりも、異なる角度からマーケットの側面を捉えた情報を投資家に利用可能にすることが重要である。多様な投資家の意見が適切にマーケットに反映され効率的な価格形成が実現できれば、資源配分の観点からも社会厚生を高めることが可能になる。また、マーケットを運営する取引所等もマーケットの価格変動リスクを多面的に把握しておくことは重要と考えられる。これらの観点からも本研究に取り組む意義がある。

本稿における主要な貢献は次の 2 点である。まず、1 点目はわが国で初めて既存の日経平均 VI と同様に 15 秒単位のリアルタイムで日経平均の SKEW を算出し、基本的な性質や特徴を明らかにしたことにある。わが国で SKEW が算出・公表されていないこともあり、わが国のマーケットを対象とした先行研究は、崎山他 (2017) のみと極めて限定的である。彼らの研究は日経 225 オプションから算出した SKEW に焦点を当てたものではなく、日経平均の SKEW に関しては 2007 年から 2017 年の日経平均株価指数オプション取引のデータを用いて算出した SKEW の後方移動平均(10 営業日)の図表が中心となっていた。本稿においては、投資家のダウンサイド・リスクへの警戒感の高まりから日経平均の SEKW の水準や変動幅が年々増加傾向にあることを確認し、ベクトル自己回帰モデル（VAR）を用いて、日経平均の SKEW のリターンは、日経平均株価の将来の変動率に対して、説明力を有していることも確認した。

2 点目は、実務面においても、日経平均の SKEW は大阪大学の VXJ や日経平均 VI に加えて、追加で提供するに値する指標であることを示せた点にある。日経平均の SKEW は、日経平均 VI とは異なる挙動を示し、投資家のコンセンサスを指標化しテールリスクを捉えるに適した指標であることが確認できた。特に日経平均株価が大幅に下落する局面において、日経平均 VI が日経平均株価のボトムで上昇しているのに対して、日経平均の SKEW は日経平均株価が大幅に下落する前に上昇しているケースも見られた。このことは、日経平均の SKEW は日経平均 VI と異なる情報を有しており、投資家に追加的に提供する指標として有益であるといえる。日経平均の SKEW 自体の算出・公表を行うことで、投資家はマーケットの大幅な下落に対する他の投資家のコンセンサスを知ることができ、多様な意見を持つ投資家のマーケットへの参加が促進され、マーケットの効率的な価格形成を実現することが可能になると考えられる。

SKEW に関する先行研究は、海外においても VIX と比較すると先行研究の蓄積は少ない。その限られた先行研究も多くは Cboe の SKEW に関するものである。SKEW は、Bakshi et al.(2003)等の研究成果を踏まえ、Cboe が 2011 年に算出・公表を行っており相応の歴史がある。それらの必要なデータも入手できるため、先行研究は Cboe の SKEW が中心となっていると考えられる。現時点において、SKEW の将来のマーケットのテールリスクを捉える指標としての評価については、これまでの先行研究では統一された見解は得られていない。

将来的の予測に対してポジティブな結果を提示しているものでは、Mora-Valencia et al. (2021) がある。当該先行研究においては Cboe の VIX 及び SKEW の月次ベースで将来のマーケットのリターンの予測力について比較を行っている。SKEW より VIX の方が、S&P500

の下落のピークとの重なりが認められる一方で、SKEW は将来のマーケットの変動リスクを捉える指標として機能していることが確認できたと述べている。また、Aboura and Chevallier (2018) では、Cboe が算出・公表している VIX、SKEW 及び VVIX のフィードバック効果及びレバレッジ効果について確認を行っている[6]。いずれの指数もそれぞれのリスク中立モーメントを捉えることができており、特に SKEW についてはインプライド・ボラティリティの傾きを、VVIX ではインプライド・ボラティリティのカーブの形状をよく捉えることができているとしている。さらに、VVIX については将来の株価変動について予測力があるとの結果を示した[7]。Bouri et al. (2024) では、VIX 及び SKEW の水準や変化と各セクターとのパフォーマンスを検証し、両指数を組み合せて見ることで、投資家のセンチメントや挙動について多くの示唆が得られると述べている。

また、米国以外の SKEW についても比較検証を行った Gagnon et al. (2023) では、S&P500 のみならず、CAC、DAX、FTES、SMI の SKEW について確認している。S&P500、CAC、DAX は将来のマーケットの変動に関して予測力があるが、SMI 及び FTSE の予測力については否定している。その異なる結果が得られた原因として、デプス、流動性及び投資家の構成の違いによって説明できるとしている。わが国の SKEW を扱ったものでは、崎山他(2017) があり、2007 年から 2017 年の SKEW の後方移動平均 (10 営業日) の推移を示し、殆どの期間において 110 前後の水準で推移していることを確認した。また、日経平均株価との関係を図示し、2011 年から 2012 年半ばにかけて東日本大震災の時期において、例外的に SKEW の水準が高くなったことを確認し、投資家間のテールリスクの意識の高まりを示すものとしている。

その一方で、SKEW の将来のマーケットのリターンに対する予測力について否定的な報告も多い。Andersen et al. (2015) では、将来のマーケットの変動に関しての予測力はないが、その指標には多くの情報を含むとしている。Liu and Heijden (2016) は、シミュレーションを行なった結果、Cboe の計算方法では真の Skewness との誤差が大きいと報告している。さらに、Cao et al. (2020) では、様々なモデルを用いて比較し、VIX はオプション価格について有益な情報を含んでいるが、SKEW はノイズが大きく有益な情報は含んでいないと結論付けている。留保付きの結果が得られたものでは、Bali and Murray (2019) がある。SKEW の予測力について否定はしていないものの、それほど期待できるものではないとしている一方で、VIX の予測力については機能していると述べている。

以上の先行研究を踏まえると、不確実要素が高まる、つまりマーケットにおいて投資家の意見の相違が拡大し SKEW が上昇することから得られる将来的なリターンの予測力について、海外のデータを用いたものでは議論の余地は残るが、SKEW の値そのものには何らかの情報が含まれており、その時点での投資家のマーケットの見通しに関するコンセンサスを示している可能性が高いと考えられる。これらの点を踏まえ、わが国のデータを用いて、

[6] VVIX は、VIX のボラティリティを指標化したもので、CBOE が算出・公表している。
[7] Bevilacqua (2021) では、call と put 別の SKEW を算出しており、put を用いた算出した Negative SKEW はダウンサイドの予測力を有すると述べている。

日経平均の SKEW の特徴及びその将来のマーケットの価格変動に対する有用性の検証を行う。

本稿の残りの構成は以下の通りである。第 2 節では、SKEW の算出方法について記載する。第 3 節では、リサーチデザイン及びデータについて記載する。第 4 節は、検証結果の提示を行い、最後の第 5 節で結論を述べる。

2　SKEW の計算方法

2.1 ボラティリティ

オプションの取引データを用いて、リスク中立測度のもとでの 3 次モーメント(歪度)の特性を指標化して表す SKEW の計算方法を示す前に、オプション価格に密接に関係するボラティリティについて確認する。ボラティリティは、価格の変動率を表すが、変動幅が大きいほどリスクが高いと解される。このボラティリティには、2 種類あり 1 つがヒストリカル・ボラティリティであり、もう 1 つが、インプライド・ボラティリティである。前者は、過去の変動率を示し、後者はオプションのプレミアムの価格からボラティリティを逆算するもので、投資家の将来の見通しが反映された変動率を示すとされている。

オプションの価格は、インプライド・ボラティリティの大きさが価格を決める要因になっており、VIX と同様に SKEW はこのオプションの価格を用いて計算が行われている。一般的にプット・オプションとコール・オプションで、プレミアムの値段が異なり、通常であれば、同一の権利行使価格においてコールに比してプットの方が割高な価格付けがなされている[8]。権利行使価格の低い順に左からで並べると、アット・ザ・マネーをボトムとして左肩上がりのカーブになり、その形状からスマイルカーブと呼ばれている。インプライド・ボラティリティは、ブラック・アンド・ショールズモデル等の特定のモデルを前提とするものと、特定のモデルを前提としないモデルフリーのものとに分けられる。後者のインプライド・ボラティリティを利用して取引される権利行使価格のオプション価格の全ての分布を利用して一つの情報に集約したものが、次節で計算方法を確認する日経平均の SKEW である。大屋 (2017) が、ボラティリティに関して述べているのと同様に、日経平均の SKEW についても日経平均の SKEW のリターンと日経平均株価の将来のリターンの予測を可能とする因果関係はないと考えられる。しかし、日経平均の SKEW は、その時点のマーケットに参加する投資家のコンセンサスを示し、その意味で将来の予測を含むと考えることができる。

また、将来のマーケットの変動リスクを捉える指標を考える上で、オプション価格を用いての計算が適している理由として、投資家間の意見の相違が大きい (同一の権利行使価格においてもプットとコールでのプレミアムの差が大きい) 、空売りの際の保有株式の制約や現物株式で適用される価格規制がないため機動的に最初にオプションマーケットで取引を行

[8] このプットの割高度合いを見る簡易な指標として、プット・コール・レシオがある。

う可能性が高く、時間的価値が取引価格に反映されていることが挙げられる[9]。その価格に織り込まれた需給関係も含めた情報を目的や用途に沿った形で、指標として算出したのが、VIX であり SKEW である。

2.2　SKEW の計算方法

歪度 (skewness) は、確率分布の形状を表す指標であり、分布の非対称性の度合いを示す。本稿では、実際の日経 225 オプション取引データを用いて、リスク中立測度のもとでの 3 次モーメント (歪度) を求めるにあたっては、CBOE (2010) の算出方法に基づき、以下の方法で日経平均の SKEW を算出する。まず、限月毎に数式 (1) の日経平均の SKEW を算出する。S は、直近限月及び期先限月の SKEW を意味する。数式 (2) のそれぞれの変数は、数式(3) から数式 (8) により求める。計算対象となる銘柄は、プット・オプション、コール・オプションともにアウト・オブ・ザ・マネーの銘柄のみ計算対象とする。アット・ザ・マネーの銘柄については、プット及びコール・オプションともに計算対象とする。

原資産である日経平均株価のリターンを R (確率変数) とすると、R のリスク中立測度のもとでの 1 次モーメント (期待値) を μ、平均周りの 2 次のモーメントである分散の平方根を σ とすると、日経平均の SKEW は、以下の数式 (1) で求めることができる。なお、E[・] はリスク中立測度のもとでの期待値である。

$$SKEW = E[\left(\frac{R-\mu}{\sigma}\right)^3] \tag{1}$$

ここで、R の原点周りの m 次のモーメントは数式 (2) 、R の平均周りの m 次のモーメントは数式 (3) で表せるため、3 次モーメントである数式 (1) は数式 (4) のように書ける。なお、

P_1、P_2、P_3は、数式 (5) 、(6) 、(7) で求めた値を代入する[10]。

$$E[R^m] \tag{2}$$

$$E\left[(R-E[R])^m\right] \tag{3}$$

$$SKEW = \frac{E[R^3]-3E[R]E[R^2]+2E[R^3]}{(E[R^2]-E^2[R])^{3/2}} = \frac{P_3-3P_1P_2+2P_1^3}{(P_2-P_1^2)^{3/2}} \tag{4}$$

日経平均の SKEW の計算には、より多くの価格情報を織り込むためオプションの権利行使銘柄の全分布を用いるが、計算対象となるのは、プット・オプション、コール・オプショ

[9] オプション取引自体の売買シェアは、2020 年、2021 年、2022 年の過去 3 年では取引高ベースで外国人が約 80%、代金ベースで約 90%となっている。
[10] オプション価格を用いてP_1、P_2、P_3を求める方法は、様々あるが、本稿では CBOE (2010) と同様の方法を用いる。

ンともにアウト・オブ・ザ・マネーのみである。アット・ザ・マネーの銘柄については、プット・オプション、コール・オプションともに使用する。次にオプション価格等を用いて数式 (5) から (10) で求めた値を数式 (4) に代入する。

ただし、CBOE (2010) や日経平均 VI と同様に、30 日後の日経平均の SKEW を求める必要があるが、残存期間が 30 日のオプションは取引されておらず、直近限月と期先限月のオプションを用いて、線形補完を行い 30 日後の日経平均の SKEW を算出する必要がある。そのため、直近限月と期先限月のウェイトを計算し、数式 (11) で 30 日後の日経平均の SKEW を計算する。なお、算出頻度は、現在の日経平均 VI と同様の 15 秒間隔とした[11]。

投資家の将来のテールリスクに対する認識は、リスクニュートラルな確率過程を前提に、プット・オプションのプレミアムに反映されているため、より低いプット・オプションの権利行使価格が割高になっていれば、日経平均の SKEW も値が大きくなり、マーケット参加者は将来の大幅な下落を警戒していると考えられる。

$$P_1 = \mu = E[R_T] = e^{rT}\left(-\sum_i \frac{1}{k_i^2} Q_k \Delta_{k_i}\right) + \varepsilon_1 \tag{5}$$

$$P_2 = E[R^2{}_T] = e^{rT}\left(\sum_i \frac{2}{k_i^2}\left(1 - ln\left(\frac{k_i}{F_0}\right)\right) Q_k \Delta_{k_i}\right) + \varepsilon_2 \tag{6}$$

$$P_3 = E[R^3{}_T] = e^{rT}\left(\sum_i \frac{3}{k_i^2}\left(2ln\left(\frac{k_i}{F_0}\right) - ln^2\left(\frac{k_i}{F_0}\right)\right) Q_k \Delta_{k_i}\right) + \varepsilon_3 \tag{7}$$

$$\varepsilon_1 = -\left(1 + ln\left(\frac{F_0}{k_0}\right) - \frac{F_0}{k_0}\right) \tag{8}$$

$$\varepsilon_2 = 2ln\left(\frac{K_0}{F_0}\right)\left(\frac{F_0}{k_0} - 1\right) + \frac{1}{2} ln^2\left(\frac{k_0}{F_0}\right) \tag{9}$$

$$\varepsilon_3 = 3ln^2\left(\frac{K_0}{F_0}\right)\left(\frac{1}{3} ln\left(\frac{K_0}{F_0}\right) - 1 + \frac{F_0}{k_0}\right) \tag{10}$$

$$SKEW = 100 - S = 100 - 10 * \left(wS_1 + (1 - w)S_2\right) \tag{11}$$

※ $w = \dfrac{\text{期先限月の満期までの時間(分単位)} - 30\text{ 日後までの時間(分単位)}}{\text{直近限月から期先限月の満期までの時間(分単位)}}$

[11] 本稿で示した日経平均の SKEW 値は試算中のものであり、今後、値は変更となる可能性がある。また、本稿では 15 時時点の値を用いて VAR 分析を行っている。

F_0：日経 225 オプションから導き出される 30 日先の日経平均株価

k_0：F_0の直下にある権利行使価格

k_i：アウト・オブ・ザ・マネーにある権利行使価格

$$\Delta k_i = \frac{1}{2}(k_{i+1} - k_{i-1})$$

r：満期までのリスクフリーレート

$Q(k_i)$：約定価格もしくは売り気配と買い気配の仲値

T：満期までの時間(年換算)

ε_j：k_0とF_0における差違の調整

3　リサーチデザイン及びデータ

3.1 リサーチデザイン

まず始めに、算出した日経平均の SKEW の基本的な性質を確認した上で、既に算出・公表されている日経平均 VI の挙動と比較することで、日経平均の SKEW の特徴について明らかにする。次に、日経平均の SKEW、日経平均 VI 及び日経平均株価の 3 指標を用いて、2019 年 7 月から 2023 年 6 月の分析期間の推移について検討し、日経平均の SKEW の値が将来的の予測に関して有益な情報になるのかの確認を行う。

最後に、VAR モデルの推定を行い、過去の日経平均の SKEW の対数収益率 (リターン) 及び日経平均 VI のリターンが日経平均株価のリターンに対して説明可能であるのかを検証する。次に、その推定結果を用いて、各変数に対するグレンジャーの意味での因果関係を確認する。なお、3 変数の VAR (p) は、以下の式で与えられ、x を日経平均の SKEW のリターン、y を日経平均 VI のリターン、z を日経平均株価のリターンとし、t は時間、a は定数項、b、c、d は各係数、e は誤差項としたもので以下の VAR モデルの推定を行う。

$$x_t = a_1 + b_{11}x_{t-1} + \cdots b_{1p}x_{1-p} + c_{11}y_{t-1} + \cdots + c_{1p}y_{1-p} + d_{11}z_{t-1} + \cdots + d_{1p}z_{1-p} + e_{1t} \tag{12}$$

$$y_t = a_1 + b_{11}x_{t-1} + \cdots b_{1p}x_{1-p} + c_{11}y_{t-1} + \cdots + c_{1p}y_{1-p} + d_{11}z_{t-1} + \cdots + d_{1p}z_{1-p} + e_{1t} \tag{13}$$

$$z_t = a_1 + b_{11}x_{t-1} + \cdots b_{1p}x_{1-p} + c_{11}y_{t-1} + \cdots + c_{1p}y_{1-p} + d_{11}z_{t-1} + \cdots + d_{1p}z_{1-p} + e_{1t} \tag{14}$$

なお、わが国では、SKEW に相当する指標が算出・公表されていないため、CBOE (2010) に基づき、日経平 225 オプションの価格を用いて算出を行うが、クォート・ドリブン方式を

採用する S&P500 オプションと異なり、日経 225 オプション取引は、競争売買方式で取引されるため、売り・買いの気配が常に提示されておらず、算出タイミングによっては計算に採用する値が得られない場合もある。そのため、日経平均の SKEW の異常値等が出る可能性を排除し、計算精度を高めるため、日経平均の SKEW の算出に用いるオプション価格については、日本経済新聞社 (2021) と同様に、以下の順で採用することとした。算出対象とする限月交代のタイミングは、満期日の前営業日としている。

(1) 直近 15 秒間のうち、もっとも直近の約定値 (ただし、クロージング・オークション終了時にあっては板寄時の約定値)[12]
(2) 算出時点におけるザラ場中の売気配と買気配の仲値 (ただし、クロージング・オークション終了時にあっては板寄時の売買気配と買気配の仲値)
(3) 直近 15 秒間より前の当日直近約定値 (前営業日の夜間立会を含む)

また、算出不可の権利行使価格が 6 本以上連続した場合は、ATM から見て外側の権利行使価格は、算出対象には含めない。

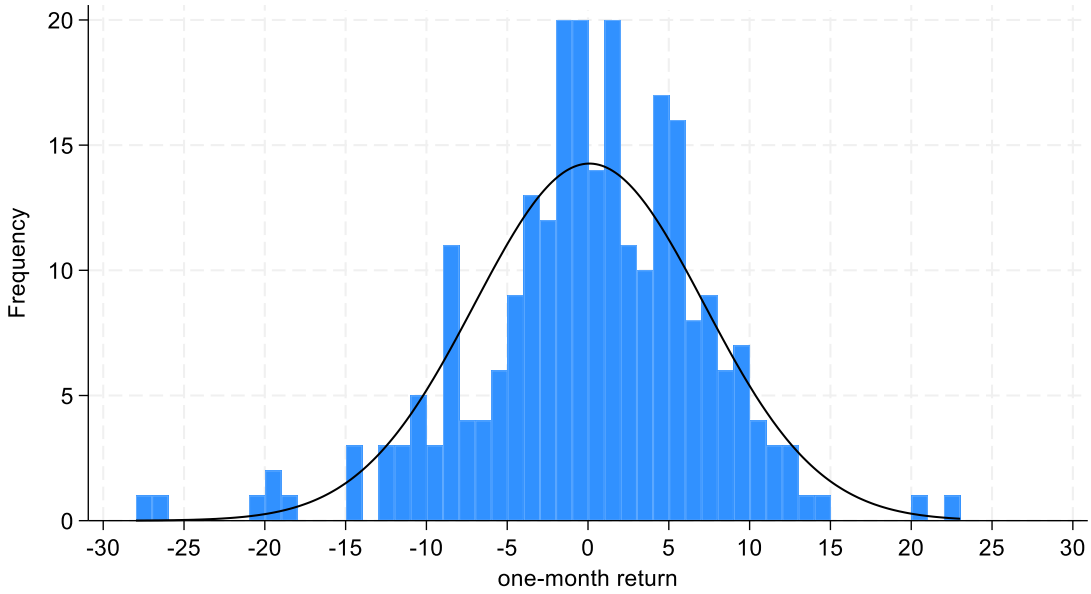
3.2 データ

日経平均の SKEW の算出にあたっては、大阪取引所の J-GATE システムから取得した 2019 年 7 月 1 日から 2023 年 6 月 30 日までに取引された日経平均先物及び日経平均株価オプションの全ての注文約定データを用いる[13]。また、日経平均の SKEW との挙動比較のための日経平均 VI 及び日経平均株価についても、J-GATE システムから取得したものを用いる[14]。

[12] 1)買気配が 10 円以下で、かつ買気配から売気配が 4 円以上かい離している場合、2)買気配が 10 円より大きく、かつ買気配から売気配が 30%以上かい離している場合、または 3)売気配が買気配以下（同値を含む） の場合は、当該仲値は無効とする。
[13] 2022 年 10 月 6 日は、大阪取引所の J-GATE システム切り替えのため、データの作成が行われていない。また、当該データは 2019 年 7 月 1 日から利用可能であり、データ連携された際の直近の 2023 年 6 月 30 日までとした。
[14] 日経平均 VI の具体的な算出方法については、日本経済新聞社 (2021) を参照。

4　検証結果

図 1 は、1991 年 1 月から 2024 年 6 月までの日経平均株価の月次の対数収益率 (リターン) の分布を示したものである。正規分布の形状よりも左の裾あたりでマイナスのリターンが発生しており、大幅な下落がまれに発生したことを表している。これは、CBOE (2010) の S&P500 のリターン分布の形状と似ており、日米問わずマーケットは、まれに月次で 25%を超える大幅な下落が生じていることが分かる。時に発生する大幅な下落の予兆を捉えることを期待されているのが、本稿で扱う日経平均の SKEW である。



(出所)J-GATE システムデータより筆者作成。

図 1　日経平均株価のリターン

表 1 は、2019 年 7 月から 2023 年 6 月の日経 225 オプション取引の価格を用いて算出した日経平均の SKEW の日次ベース (15 時時点) の記述統計である。期間全体では日経平均の SKEW は平均値 124.44、中央値は 124.08 であり、第 1 四分位数が 119.31、第 3 四分位数が 128.50 となっている。この範囲が今回の計算方法により算出された日経平均の SKEW の平時における水準と判断される。これは、CBOE (2010) や崎山他 (2017) とほぼ同じ水準であると考えられる[15]。

[15] 日経平均 VI は、日中のみの算出であるが、日経 225 オプション取引は夜間セッションも取引されており、日経平均の SKEW は夜間セッションの時間帯の算出も行った。流動性が心配される夜間セッション時の日経平均の SKEW の値も日中の値と大きく変わらず、異常値も見られなかった。

表 1　SKEW の記述統計

	N	Mean	sd	Min	25%ile	Median	75%ile	Max	skewness	kurtosis
2019/7/1-2023/6/30	970	124.44	7.23	99.88	119.31	124.08	128.50	152.90	0.55	4.29
2019/7/1-2020/6/30	244	119.25	4.87	108.10	116.04	118.18	121.81	132.95	0.83	3.51
2020/7/1-2023/6/30	726	126.19	7.06	99.88	121.95	125.51	129.77	152.9	0.43	4.91

(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

次の表 2 は、日経平均 VI の記述統計を示している。この値は 15 時点のものであり、公表されている日次の確定値とは異なる場合がある。期間全体では日経平均 VI の平均値は 21.83、中央値は 20.77 であり、第 1 四分位数が 18.25、第 3 四分位数が 23.55 となっている。この範囲が日経平均 VI の通常の取り得るレンジであると考えられる。なお、確定値ベースでは、日経平均 VI の最高値は、2020 年 3 月 7 日の 60.67 である。この時、新型コロナウイルスの感染拡大に対する警戒感の高まりにより、日経平均株価が大幅に下落となっていた。

表 2　日経平均 VI の記述統計

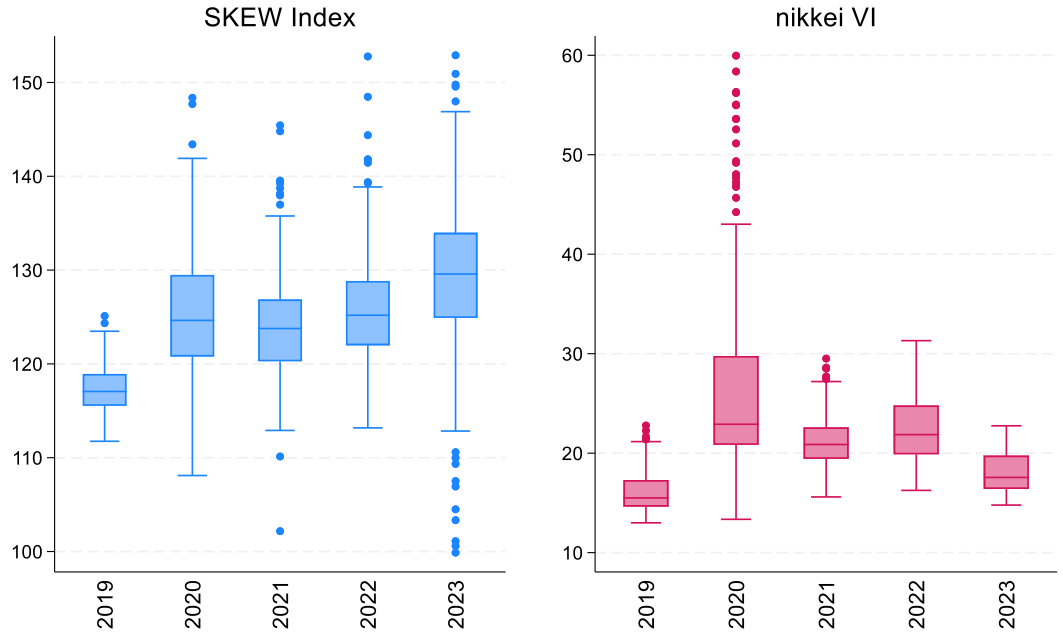
	N	Mean	sd	Min	25%ile	Median	75%ile	Max	skewness	kurtosis
2019/7/1-2023/6/30	970	21.83	6.38	13.00	18.25	20.77	23.55	59.96	2.53	12.20
2019/7/1-2020/6/30	244	23.57	11.42	13.00	15.22	17.64	29.59	59.96	1.30	3.77
2020/7/1-2023/6/30	726	21.25	3.05	14.78	19.12	20.99	23.05	31.31	0.49	3.06

(出所) J-GATE システムデータより筆者作成。

図 2 は、日経平均の SKEW 及び日経平均 VI の 2019 年 7 月から 2023 年 6 月の年次の箱ひげ図を示している。両指標の値は意味するところが異なるため、直接の比較はできないが、各指標の水準及びその変化を見ることは可能である。日経平均の SKEW は、2020 年以降に中央値の水準及び変動するレンジが大きくなっていることが分かる。一方、日経平均 VI は、2020 年に中央値及び変動幅が大きくなったが、直近では 2019 年の水準近くまで縮小している。

両指標が対照的な変化となった理由は主に 2 つ考えられる。1 つ目は、大山他 (2021) が、2019 年 11 月から 2021 年 3 月の東証市場のデータを用いて分析を行い、高速取引は相場環境によらず取引銘柄のカバー率が 98%と高いことに加えて、スプレッドを縮小させる流動性を供給していると述べており、その結果を踏まえると本稿における分析期間においてもアルゴリズム取引や HFT が増加し流動性が改善された結果、ボラティリティも低下し日経平均 VI の水準低下につながったと考えられる。また、O'hara (2015) においても、市場価格から均衡価格からかい離した場合に、HFT による取引は均衡価格への調整を早める効果があると指摘されている。2 つ目は投資家のダウンサイド・リスクへの警戒感が、年々高まっ

ており、より低い権利行使価格のプット・オプションのプレミアムが割高になってきている可能性があり、これが日経平均の SKEW の水準の上昇につながったと考えられる。



(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

図 2　日経平均の SKEW 及び日経平均 VI の箱ひげ図

表 3 は、日経平均の SKEW、日経平均 VI 及び日経平均株価の 2019 年 7 月から 2024 年 6 月の両指標の対数収益率 (リターン) の相関を示したものである。日経平均の SKEW と日経平均 VI とは弱いながらも負の相関 (-0.20) が見られ、この 2 つの指標は異なる情報を有していると考えられる。また、日経平均株価とは、日経平均の SKEW が弱い正の相関 (0.23) 、日経平均 VI は負の相関 (-0.70) が見られることが分かる。

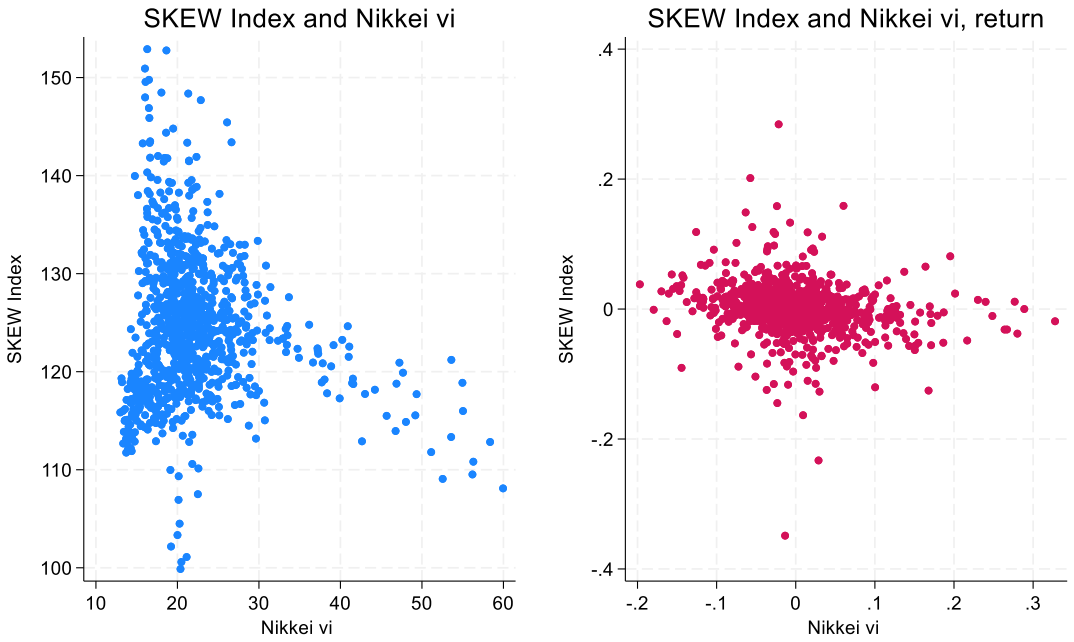
表 3　3 指標の相関(リターン)

	SKEW	Nikkei vi	Nikkei 225
SKEW	1.00		
Nikkei vi	-0.20	1.00	
Nikkei 225	0.23	-0.70	1.00

(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成

図 3 は、日経平均の SKEW と日経平均 VI の値及びリターンの散布図である。指標の値としては、日経平均 VI が上昇している時、日経平均の SKEW も高い水準は取らず、逆に SKEW が高い値を取る時に、日経平均 VI は低い値となっており対照的な動きとなっている。リタ

ーンベースで見た場合は、日経平均 VI が高い時に日経平均の SKEW のリターンが小さいケースが見られる等、こちらも異なる動きになっている。CBOE (2010) での米国の SKEW と VIX との相関関係を示した結果とも整合的であり、わが国でも SKEW は日経平均 VI とは異なるマーケットの側面を捉えていることが示唆される。



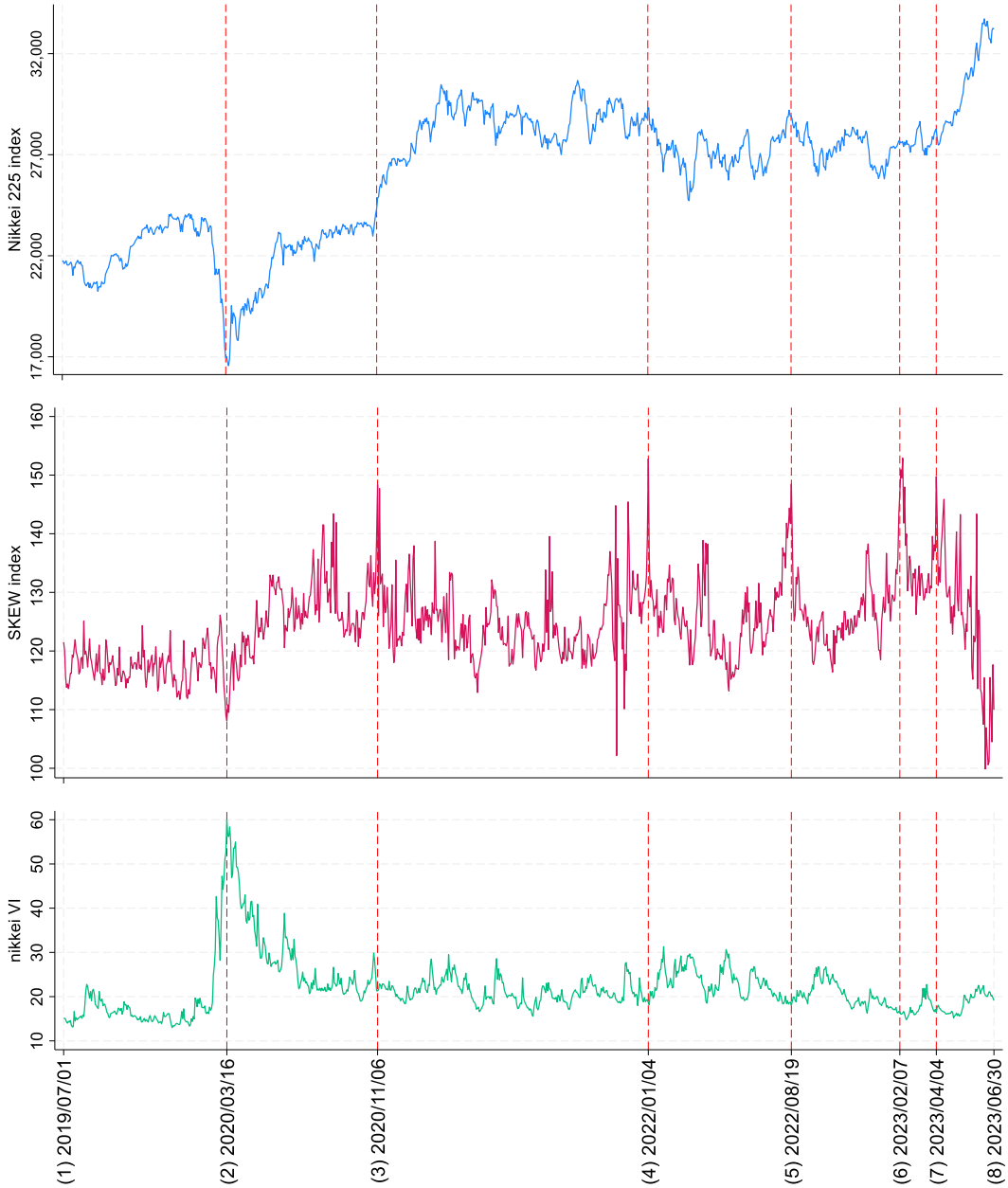
(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

図 3　日経平均の SKEW と日経 VI の散布図

図 4 は、2019 年 7 月から 2024 年 6 月の日次ベースの日経平均の SKEW 及び日経平均 VI の推移を図示したものである。期間全体を通しても、日経平均の SKEW 及び日経平均 VI は異なる挙動を示している。日経平均 VI は、日経平均株価の下落時に合わせて上昇している一方、日経平均の SKEW は日経平均株価が大きく下落する前に上昇している傾向が見られる。日経平均の SKEW 及び日経平均 VI の値が大きくなっているケースや日経平均株価が大きく変動しているケースについては、当時の相場状況については表 4 に記載している。その中で、2020 年 3 月 16 日のケース 2 及び 2023 年 2 月 7 日のケース 6 については、以下で検討を行う。

図 5 は、2020 年 3 月 16 日のケース 2 の前後の推移を示している。2020 年 1 月 31 日には、世界保健機関 (WHO) により、「国際的に懸念される公衆衛生上の緊急事態に該当する」との発表を受け手、日経平均株価の動きは不安定になり下落を始め 2 月 7 日に日経平均株価の下落が一時止まったところで、日経平均の SKEW は当時のレンジとしては大きな値となっていた。その後、3 月 11 日には、「新型コロナウイルスがパンデミックと形容される」と評価されることで、世界的な大流行になっているとの認識が示され、コロナの感染者数も

急増していたことから、日経平均株価の大幅な下落につながった。一方、日経平均 VI は日経平均株価の下落が一時止まったところで下落し、その後、日経平均株価が下がりきったところで、最高値を付けている。したがって、このケースにおいては日経平均 VI については、日経平均株価の大幅な下落を別の形で表現しているに対して、日経平均の SKEW は将来のマーケットに関する情報を有していたと考えることができる。



(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成.。

図 4　日経平均株価、日経平均の SKEW 及び日経平均 VI の推移

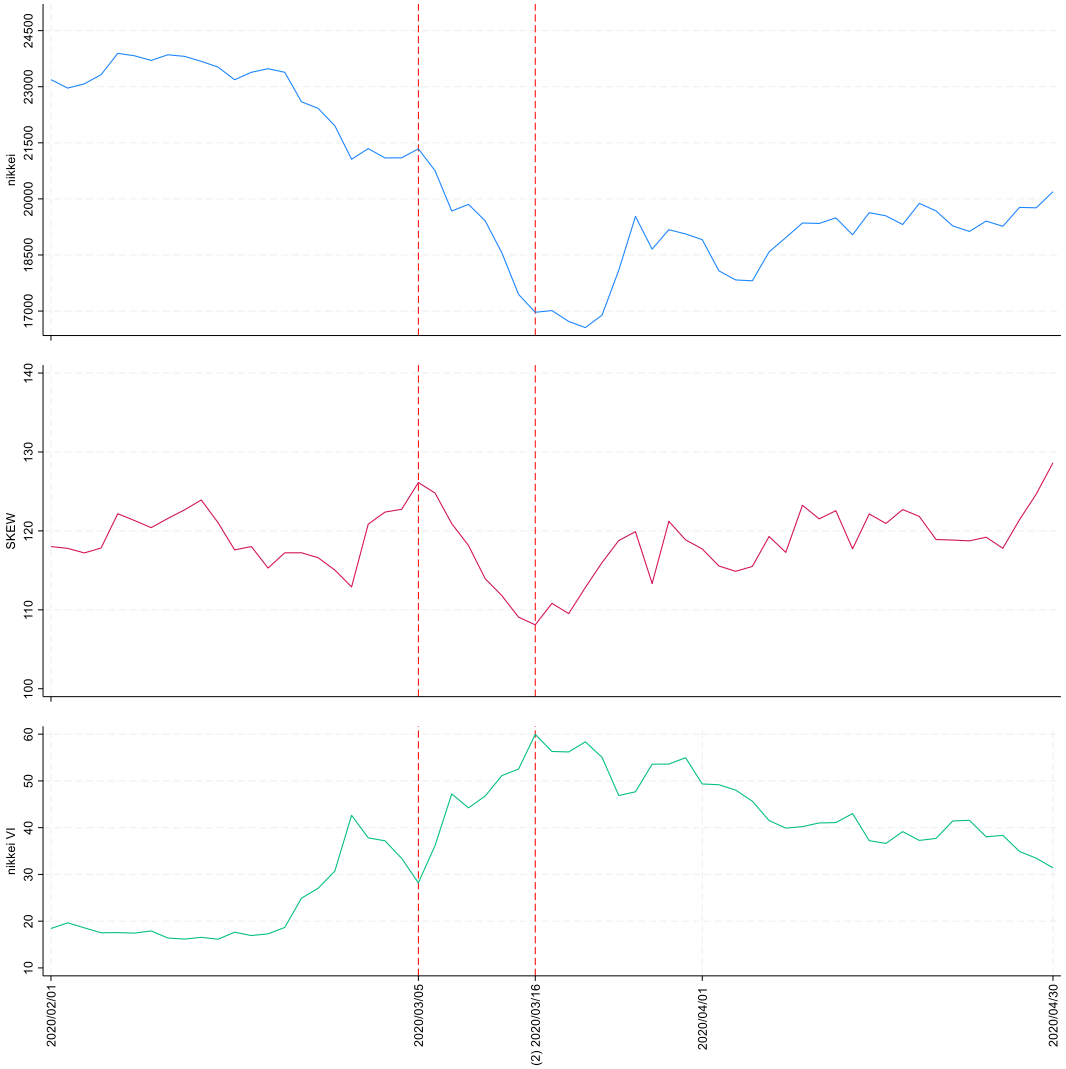
表 4　各イベント内容と各指標の値

項番	日付	日経平均株価	日経平均のSKEW	日経平均VI	特記事項
2	2020/3/16	16967.88	108.1	59.96	日経平均株価が大きく下落した時、日経平均VIは、約60となり最高値と付けた。一方、日経平均のSKEWは低く108.1であった。しかし、日経平均のSKEWは3月5日には前後のレンジでは最も高い126.13を付けており、投資家のダウンサイドリスクを反映していたと考えられる。
3	2020/11/6	24323.02	148.37	21.33	日経平均株価は、5営業日連続で上昇し、その期間の合計で3,400円の上昇となっていた。この上昇幅はここ30年で最も大きいもので、投資家の過熱感への警戒から日経平均のSKEWは148.37と大きな値となっていた。
4	2022/1/4	29305.15	152.77	18.65	日経平均のSKEWは、150を超える水準。この後、日経平均株価は下落を続け、2022年3月9日には、29,305円から24,722円まで下落した。このことは、日経平均のSKEWは投資家の下落に対する警戒を反映していたと考えられる。
5	2022/8/19	28922.49	148.47	18.04	日経平均株価は、この後年が明けた2023年3月6日まで、当日の高値を抜くことはなかった。
6	2023/2/7	27670.8	146.89	16.5	日経平均のSKEWは、2月8日にピークの150.92を付けた。報道によると、次期の日銀総裁人事が9日に公表される予定であり、投資家は金融政策の変更に対する警戒を強めていた。そのことが日経平均のSKEWの値に現れていたと考えられる。次期の日銀総裁の急激な金融政策の変更はない旨の発言がなされため、投資家の警戒は杞憂に終わり、日経平均株価の大幅な下落とはならなかった。
7	2023/4/4	28266.53	149.77	16.51	翌日、日経平均株価は400円以上下落し、その下落基調は４月11日まで継続し、その下落幅は600円を超えた。

(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

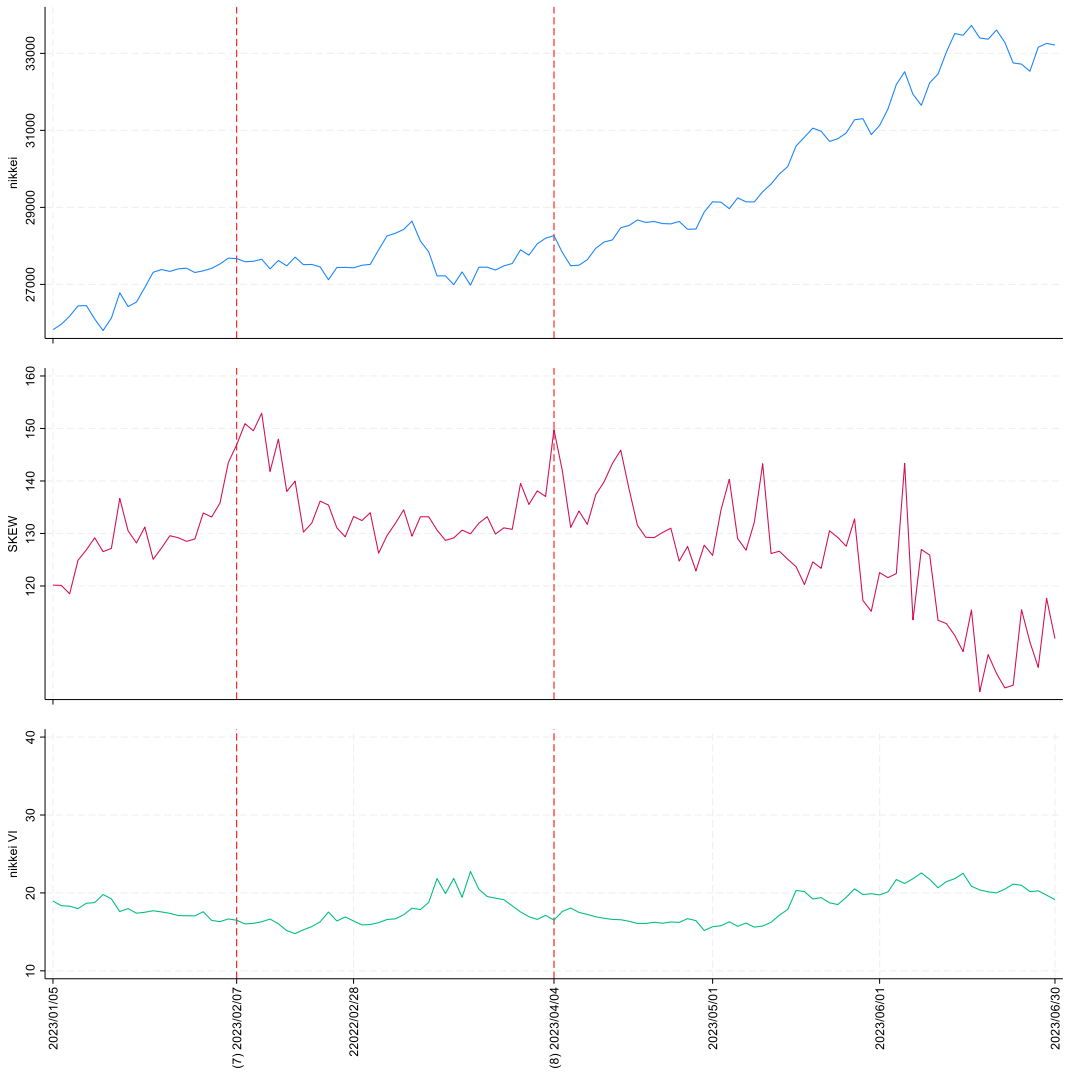
次の図 6 は、事前の報道によると 2023 年 2 月 9 日に、次期の日本銀行総裁人事の発表があるとされており、金融政策の変更を警戒した投資家が下落リスクを担保するために、プット・オプションが買われ日経平均株価の SKEW が 2 月 7 日に 146.89、8 日には 150.92 と高値を付けている。一方、2 月 7 日の日経平均 VI は 16.5 と低い水準となっていた。結果的に、次期の日銀総裁が急激な金融政策の変更は実施しない旨の発言を行ったため、投資家のマーケットの大幅下落に対する警戒は杞憂に終わり、日経平均株価の大幅な下落は免れる結果となった。この場合は、前後のデータの関係を見ると日経平均の SKEW は将来の株価変

動の予測を外したことになるが、あくまで算出時点の投資家の将来の株価変動に対するコンセンサスを表すものであるから、その時点の投資家のマーケットに対する心理を上手く捉えることが出来ていたと判断できる。先行研究においては、このようなケースを考慮できておらず、SKEW はノイズを含むという結論になっていたと考えられる。



(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

図 5　日経平均株価、日経平均 VI 及び SKEW の推移(2020 年 2 月－4 月)



(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

図 6　日経平均株価、日経平均 VI 及び SKEW の推移(2023 年 1 月－6 月)

次に VAR モデルの推定を行うにあたっての最適なラグ次数を決定する。それぞれの変数に対してラグ次数の情報量基準によって最適なラグは、日経平均の SKEW のリターン、日経平均 VI のリターン及び日経平均株価のリターンでは、赤池情報量基準 (AIC) は 4 次、Hannan and Quinn 情報量基準 (HQIC) は 2 次、Schwartz 情報量基準 (SIBC) は 3 次のラグが選択された。これらの結果と、VAR モデルの推定結果の係数の有意性も考慮し、最適次数を 4 とした。

表 5 で示している VAR モデルによる推定結果は、被説明変数の日経平均株価のリターンに対する説明変数の日経平均の SKEW のリターンが、2020 年 7 月以降、ラグ次数 1、2、3 の符号がマイナスであり、ラグ次数 2 では 5%水準で有意となっている。これは、投資家のダウンサイド・リスクが対する警戒が高まっているケースでは、日経平均の SKEW のプラスのリターンは日経平均株価の将来のマイナスのリターンを示唆しており、日経平均の変化率に対して有意な予測力を持つことが分かる。一方、日経平均 VI のリターンでは、全体の期間及び 2020 年 7 月以降において、ラグ次数 1 で、プラスの符号でそれぞれ 10%水準、5%水準で有意であった。日経平均 VI のリターンがプラスのリターン場合は、将来の日経平均株価のリターンもプラスになることが示唆される。以上のことは、日経平均の SKEW のリターン及び日経平均 VI のリターンは、将来の日経平均株価の将来の価格変動について、異なる情報を有していると考えることができる。

最後に、この VAR モデルの推定結果を用いてグレンジャーの因果性を確認した(表 6)。その結果、2020 年 7 月以降の期間においては、過去の日経平均の SKEW のリターン及び日経平均 VI のリターンは、日経平均株価のリターンに対してグレンジャーの意味での因果関係があることが明らかとなった。つまり、過去の日経平均の SKEW のリターン及び日経平均 VI のリターンの推移は、現在の日経平均株価のリターンに対して説明力があることを意味している。図 2 においても、確認したように通常の水準感や変動幅が期間によって異なるため、値そのものの意味するところの解釈については留意が必要である。

ただし、ここでの因果関係は、通常の因果関係とは異なり、あくまでデータからの関係に過ぎない。しかし、VAR モデルの推定結果及び日経平均の SKEW 算出の理論的な背景から判断すれば、このグレンジャーの意味での因果関係で示された結果は、これまでの検証結果や理論的な関係性を裏付ける証左であると考えられる

この結果は、SKEW のマーケットの将来予測力に対してポジティブな報告がなされた Mora-Valencia et al. (2021) や Gagnon et al. (2023) と整合的なものであると考えられる。

表 5　VAR(4)の推定結果

	Nikkei 225 index(return)		
	2019/7/1-2023/6/30	2019/7/1-2020/6/30	2020/7/1-2023/6/30
SKEW index return(-1)	-0.0135584	0.0422824	-0.018323
SKEW index return(-2)	-0.021132	0.0387698	-0.031219 **
SKEW index return(-3)	-0.0001715	0.0502162	-0.007357
SKEW index return(-4)	0.0173468	0.0178636	0.0172684
Nikkei vi return(-1)	0.0164127 *	0.0030659	0.024286 **
Nikkei vi return(-2)	-0.0016577	0.0208011	-0.015648
Nikkei vi return(-3)	-0.0102241	-0.031355 *	0.0030432
Nikkei vi return(-4)	-0.0025656	-0.005794	0.0006031
Nikkei 225 index return(-1)	0.1061406 **	0.0916909	0.0952648 **
Nikkei 225 index return(-2)	0.0743753	0.1692785 *	0.0004775
Nikkei 225 index return(-3)	-0.0989754 **	-0.17605 *	-0.064333
Nikkei 225 index return(-4)	0.0189211	0.063907	-0.009336
cons	0.0003904	0.0000535	0.0261562
R	0.0222	0.054	0.0322
N	965	239	726

(注) ***、**、*はそれぞれ、1%、5%、10%水準で有意。

(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

表 6　グレンジャーの因果関係のテスト

	Nikkei 225 index(return)		
	SKEW return	Nikkei vi return	Nikkei 225 return
2019/7/1-2023/6/30	5.4244	4.8951	10.476
2019/7/1-2020/6/30	1.5895	4.188	6.2195
2020/7/1-2023/6/30	9.5108**	7.4302*	16.953**

(注) ***、**、*はそれぞれ、1%、5%、10%水準で有意。

(出所) J-GATE 注文・約定データ及び J-GATE システムデータより筆者作成。

5　結論

本稿では、大阪取引所の J-GATE システムの日経 225 オプションの全注文・約定データを用いて、わが国の日経平均の SKEW を計算し基本的な性質や特徴を明らかし、日経平均の SKEW の将来予測に関する有用性についても確認した。

本稿における主要な貢献は次の 2 点である。1 点目は、わが国で初めて 15 秒間隔で日経平均の SKEW を算出し、基本的な性質や特徴を明らかにしたことにある。そこでは、投資家のダウンサイド・リスクへの警戒感の高まりから日経平均の SEKW の水準や変動幅が

年々増加していることや日経平均の SKEW のリターンと日経平均 VI のリターンでは、弱いながらも負の相関があることを確認した。さらに、VAR モデルを用いて、日経平均の SKEW のリターンは、日経平均株価の将来の変動率に対して、説明力があることも確認することができた。

2 点目は、実務面においても、日経平均の SKEW は大阪大学の VXJ や日経平均 VI に加えて、追加で提供するに値する指標であることを示せた点にある。日経平均の SKEW は日経平均 VI とは異なる情報を持ち、将来の下落について一定の予測力が期待できることを明らかにすることができ、投資家に算出・公表するに値する指標であることを示すことができた。ただし、日経平均の SKEW は、あくまで算出時点のマーケット参加者のコンセンサスを示すものであり、その懸念事項が解消された場合は、結果としてマーケットの大幅な下落は起こらず、予測が外れるということになるが、少なくとも予想されうるリスクを指標として示し、マーケットの参加者にその判断を委ねることが出来れば、その目的は達成できていると考えられる。

今後、日経平均 VI に加えて日経平均の SKEW 組み合せて利用することができるようになれば、多面的なマーケット分析が可能になりマーケットの参加者が各々のリスク許容度に見合った資金を機動的に市場に投資することができ、より効率的な価格形成に寄与すると思われる。

最後に、日経平均の SKEW の計算方法に関する問題についても触れておきたい。わが国の日経平均株価を原資産とする日経 225 オプション取引は、海外で取引される同様の商品と比較しても流動性は高い部類に入るが、それでも権利行使価格の銘柄数が多く取引時間中に全ての銘柄で常に約定値段や有効な気配が提示されているわけではない。そのため、クォート・ドリブン制を導入する米国と比較すると、日経平均の SKEW の算出に採用しているオプション価格が必ずしも最新のものでもないケースもあり、算出した値も古い情報を基に算出される場合もある。解決策としては、本稿では日経平均 VI と同様に計算対象外とした即時約定注文の利用も考えられるが、扱うデータ量が飛躍的に増大する点が新たな問題として残る。

また、競争売買方式を採用するわが国のマーケットの性質も踏まえて、日経平均の SKEW の計算に用いる価格を慎重に検討する必要がある。日経平均の SKEW と同様にオプションの価格を用いて計算する日経平均 VI も、相場状況に合わせて定期的に価格の採用条件等の見直しを行っており、最適な方法を模索していると考えられる。マーケットの状況をより適切に捉えることができる計算方式を検討することは、日経平均の SKEW の精度向上にとっても必要不可欠である。本稿では日経平均の SKEW の基本的な性質や特徴を明らかにし、今後の検討のベースにすることも念頭に置いたため、Cboe の SKEW の計算方法を用いたが、わが国のマーケットや SKEW という指標の特徴に合わせて、計算方法の改善やより適した新しい指標を検討することも重要である。

参考文献

Aboura, S., & Chevallier, J. (2018). Tail risk and the return-volatility relation. *Research in International Business and Finance*, 46, 16-29.

Andersen, T. G., Fusari, N., & Todorov, V. (2015). The risk premia embedded in index options. *Journal of Financial Economics*, 117(3), 558-584.

Bakshi, G., Kapadia, N., & Madan, D. (2003). Stock return characteristics, skew laws, and the differential pricing of individual equity options. *The Review of Financial Studies*, 16(1), 101-143.

Bali, T. G., Hu, J., & Murray, S. (2019). Option implied volatility, skewness, and kurtosis and the cross-section of expected stock returns. *Georgetown McDonough School of Business Research Paper*.

Bevilacqua, M., & Tunaru, R. (2021). The SKEW index: Extracting what has been left. *Journal of Financial Stability*, 53.

Bouri, E., Gradojevic, N., & Nekhili, R. (2024). Fear, extreme fear and US stock market returns. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, *656*, 130212.

Cao, J., Ruan, X., & Zhang, W. (2020). Inferring information from the S&P 500, CBOE VIX, and CBOE SKEW indices. *Journal of Futures Markets*, 40(6), 945-973.

CBOE. (2010). SKEW whitepaper.

Gagnon, M. H., Power, G. J., & Toupin, D. (2023). The sum of all fears: Forecasting international returns using option-implied risk measures. *Journal of Banking & Finance*, 146.

Liu, Z. F., & van der Heijden, T. (2016). Model-free risk-neutral moments and proxies. Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=2641559.

O'hara, M. (2015). High frequency market microstructure. *Journal of financial economics*, *116*(2), 257-270.

Mora-Valencia, A., Rodríguez-Raga, S., & Vanegas, E. (2021). Skew index: Descriptive analysis, predictive power, and short-term forecast. *The North American Journal of Economics and Finance*, 56.

大屋幸輔 (2017). ボラティリティ・スプレッド. 『先物・オプションレポート』 大阪取引所, 29, 1-5.

大山篤之, 奥出慎太郎, 鈴木賢太, & 福山義隆. (2021). 高速取引行為の特性分析. 金融庁 (URL: https://www. fsa. go. jp/frtc/report/honbun/2021/20210707_SR_HFT_Article. pdf).

崎山登志之・ 眞壁祥史・長野哲平 (2017). オプションから抽出した不確実性指標の拡充–テールリスク指標とボラティリティの期間構造–日銀レビューシリーズ. 日銀レビュー 17-J-5.

日本経済新聞社 (2021). 日経平均ボラティリティー・インデックス リアルタイム算出要領.