

## 解 説

### インデックス運用の功罪

熊本学園大学経済学部 助教授  
渡辺 信一

#### 1. はじめに

近年、証券市場において、インデックス運用が盛んである。1988年に取引開始された株価指数先物、オプション取引が「先物悪役論」の議論を呼んだのは別としても、銀行や証券会社の店頭では株価指数に連動したインデックス型投信が販売され、昨年7月には、日本でもいよいよETF（株価指数連動型上場投信）取引が開始された。アメリカにおけるETFの出来高増や、導入後の日本におけるETFの取引状況を見れば、インデックス化の波はすでに非常に大きく、今後、ますます増加することが予想される。そのこと自体は、CAPM理論の帰結として、また、個人投資家育成という証券政策の面からは、喜ぶべきことであるかもしれないが、筆者は、インデックス化の浸透に対しては、一抹の不安を抱いている<sup>1</sup>。

言うまでもなく、インデックス運用は、取引コストの面でも、また、アクティブ運用における運用者のノウハウを評価する必要がないという簡便性の面でも、資産運用の方法としての革新性、優位性を持っている。また、CAPM理論の教えるとおり、インデックスそれ自体が最も分散の効いたポートフォリオであることから、インデックス運用が、リスク・リターンの面で、他のポートフォリオに優位することは明らかである。

しかしながら、インデックス運用は、個別銘柄のリサーチ・コストをアクティブ運用に依存すると言う本質的な問題（いわゆる効率市場パラドクス）を抱えていることも事実である。すなわち、アナリスト活動等に係るコ

ストは、アクティブ運用の取引コストに転化されることはあっても、インデックス運用に転化されることはない<sup>2</sup>。この意味で、インデックス運用はフリー・ライダーであり、仮にすべての投資家がインデックス運用を行えば、市場は非効率化する。証券市場に關与する人間として、この問題に関して一定の答えを用意することは大事なことであろう。以下で明らかになるように、これは、市場の効率性をどの程度評価するかという投資哲学の問題ではなく、市場の存在意義そのものにも關連する問題なのである。

#### 2. 過去のパフォーマンス

それでは、インデックス運用とアクティブ運用のパフォーマンスは、どうであっただろうか。これに関しては、アメリカでの実証研究がある。Minor（2001）では、インデックス・ファンドの優位性を検証したBogle（1998）に反論し、インデックス・ファンドよりもアクティブ・ファンドの方が、リスク調整後で高いリターンをもたらしたことを示している。両者の違いは、前者が1992年～1996年を対象としたのに対して、後者は1990年～1994年を対象にしたことにある。検証の対象期間の違いによって結論が大きく異なることが、この問題に対する解決を困難にしている。

Barber, Odean（2000）では、トレードそのものが、ファンドのリターンの妨げであると主張した。彼らは、“Trading Is Hazardous to Your Wealth: The Common Stock Investment Performance of Individual Investors”（財産の健全な成長のため、買いすぎに注意しましょう）という論文（The Journal of Finance 55）で、1991年～1997年の66、465件のディスカウント・ブローカーに口座を持つ個人投資家のリターンを調査した。その結果、コスト込で、個人投資家の平均リターンは16.4%、ベンチ・マークであるS&P500のリターンは17.9%、回転率の最も高いグループのリターンは11.4%であった。彼らは、投資家の自己過信（overconfidence）が、このような結果に結び付いたのではないかとした（図1参照）。

また、Barber, Odean（2000）では、全米の166の投資クラブに関して分析を行い、それらの大部分が高ベータの小型成長株に投資を行い、その結果、約60%が、ベンチマークを下回る投資結果であったことを報告している。

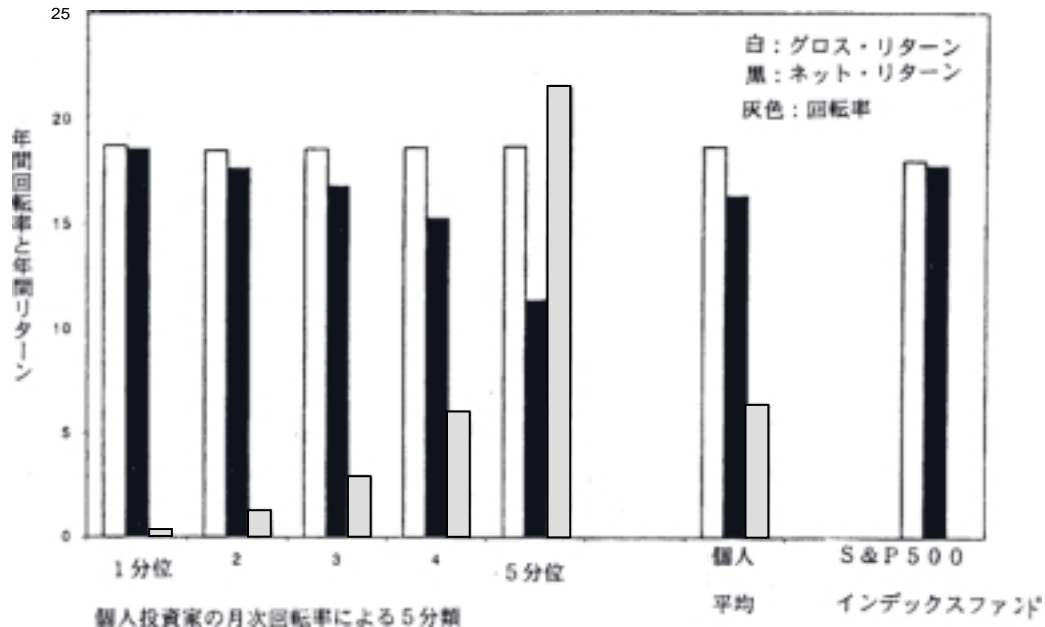
<sup>1</sup> 6月9日は先物記念日である。大阪証券取引所で1987年に株先50の取引が始まった日を記念して制定されたもので、今年が15周年と言うことになる。当時と今日の証券市場の姿を比較して見ると、国民経済の隅々にまで先物取引やインデックス運用が浸透したことに對して、今さらながら感慨深いものがある。

<sup>2</sup> もっとも市場が非効率になるという意味でのコストを払っていると見ることも出来るのかもしれない。

Cambell, Lettau, Malkiel, Xu(2001)では、1962年から1997年のデータに基づいて、市場全体、業種、個別銘柄に分けて、ボラティリティの水準がどのように変化した

かを分析した。その結果、市場全体、及び、業種で見ると大きな変化はなかったが、個別銘柄のボラティリティは、2倍以上上昇しているとの結論に達した。

図1 個人投資家の運用リターン結果



出所：Barber Brad M. & Terrance Odean, 2000, "Trading Is Hazardous to Your Wealth: The Common Stock Investment Performance of Individual Investors", Journal of Finance, Vol.55, pp775

( 図1 ) 個人投資家の月次回転率とリターン

白棒(黒棒)は、1991年2月から1997年1月までの、月次回転率で分類した個人投資家のグロス(ネット)リターン、個人投資家の平均リターン、S&P 500のリターンを示す。S&P 500指数のリターンは、バンガード社のインデックス500の収益率で代替した。灰色は、月次回転率を示す。

彼らは、その理由として、既存の企業集団からの新規上場の増加、ストック・オプションの普及による経営者のリスク志向の上昇、債券発行によるレバレッジの増加(企業の資金調達に占める債券の割合が増えれば、相対的に、株主のリスクが高まる)ITの普及による財務情報の増加(もっとも、財務情報の増加は、株価の変動を大きくするものの、割引率の変化を通じて、リターンのボラティリティを下げるとの指摘もある)オプションなどの金融の技術革新(もっとも、個別株オプションの発行企業のボラティリティが非発行企業のボラティリティよりも小さいと言う説もある)ベータの変動(CAPMの下では、ベータの変動は、割引率の変動を通じて、価格変動を招くとされる)が影響しているのではないかとしている。ただし、有効な決め手はないとしている。

### 3. 情報入手コストがある場合の均衡条件

これらの一見相反する結果をどう評価すべきだろうか。要は、市場の効率性をどう評価するかということになるが、それにしても、インデックス運用とアクティブ運用に関する評価のぶれは、あまりにも極端な投資スタンス、あるいは投資哲学の違いを、結果的にもたらしている。

Grossman, Stiglitz(1980)では、情報の入手にコストがかかり、市場に情報を持った投資家と持たない投資家がいる場合に、競争均衡が存在しないことを証明した。彼らのフレームワークでは、投資家は絶対的リスク回避度一定の指数効用関数を持ち(すなわち、富の水準については中立と仮定)効用関数は同一、所有する情報は同一と仮定される。投資家は、コストを払って情報( )を有

するものと、コストを払わず、出来高や証券価格からのみ情報を得ようとするものに分けられる<sup>3</sup>。彼らは、情報を有する投資家が市場に増えれば、市場は効率化して、結果として彼らの期待効用は減少する。また、情報を有する投資家数が減少すれば、市場は非効率化して、情報を有する投資家の期待効用が高まることを指摘した。

具体的には、情報を得るためのコスト(c)、ノイズの存在( $\sigma_\epsilon^2$ )、情報の質( $n = \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_\epsilon^2}$ )を問題とする。情報

を得るためのコストが高ければ、市場は非情報志向的(non-informative)になる。同様に、情報を得るためコストが低いか、投資家のリスク回避度が低下すれば、市場はより情報志向的(informative)になる。ノイズの存在は、中立である。ノイズが多ければ、市場は非情報志向的(non-informative)になるが、その場合、情報を有する投資家の期待効用が高まり、市場は情報志向的(informative)になる。

結局、この条件下での競争均衡は、情報を得るためのコストが無限に大きくて、完全に非情報志向的(non-informative)になるか、情報を得るためのコストがゼロで、市場が完全に情報志向的(informative)になる場合しかない。しかし、前者では、情報を有する投資家のコストを払ってでも情報を得ようとするインセンティブが働く。一方、後者では、コストなしで情報が証券価格に反映されるため、市場の厚みはなく、市場の存在価値はなくなる。結局、情報を得るためのコストの存在が、市場の成立には不可欠であるが、その場合に、競争均衡は存在しないことになる。以下では、Grossman, Stiglitz(1980)に基づいて、市場の効率性と投資家の効用に関して分析する。

#### 4. モデルの概要

##### (1) 概要

ここで、2種類の証券を考える。1つは、Rのリターンを生み出す無危険資産、1つは、uのリターンを生み出す危険資産である。

危険資産からのリターンを、2つに分ける。1つは、情報に基づくもの( )で、1つは、基づかない(価格のみを見る)もの( )である。両者は、ともに、ランダム変数とする。

$$u = + \cdot \cdot \cdot (1)$$

は、コストcをかけることで観測可能(observable)であり、は、観測不能である。

ここで、2種類の投資家を想定する。を観測する投資家(informed trader)と、価格のみを観測する投資家(uninformed trader)である。両者の違いは、コストcを払って情報を得るかどうかに依存する。前者の需要は、

とP(危険資産価格)に依存し、後者の需要はPにのみ依存する。ここで、危険資産の供給をx、情報を持った投資家の割合をとすれば、均衡価格は、 $P_\lambda(\theta, x)$ で表される。

ここで、情報を持たない投資家は、xを知らないものと仮定する。彼らは、 $P_\lambda(\theta, x)$ を通じて、を知ることは出来ないものとする。その理由は、彼らは、価格変化が、情報を持った投資家の情報の変化によるものか、証券の供給量が変化したためであるかを見分けることができないと仮定されるからだ。

##### (2) Constant Risk Aversion Model

上記のもとで、トレーダー(i)が、2種類の証券を保有すると仮定する。それは、無危険資産( $\overline{M}_i$ )と、危険資産( $\overline{X}_i$ )だ。現在の危険資産の価格をPとすれば、この時投資家iの予算制約式は、

$$PX_i + M_i = W_{oi} \equiv \overline{M}_i + P\overline{X}_i \cdot \cdot \cdot (2)$$

無リスク資産のリターンをR、リスク資産のリターンをuとすれば、投資家iの期末の富は、

$$W_{li} = RM_i + uX_i \cdot \cdot \cdot (3)$$

ここで、投資家の効用関数を、以下のように定義する。ただし、a: 絶対的リスク回避度とする。

$$V(W_{li}) = -e^{-aW_{li}} \quad a > 0$$

<sup>3</sup> マイクロストラクチャーの文脈では、市場参加者は、大きく分けて、2種類に分類される。1つは情報トレーダーであり、もう1つは、非情報トレーダーである。前者は、ファンダメンタルズに関する私的情報を有し、証券売買を通じて、ファンダメンタルズを市場価格に反映させる。しかし、そのためには、情報を持たない投資家の存在が必要になる。これが、非情報トレーダーである。後者は、ノイズ・トレーダーとも呼ばれるが、出来高や証券価格から情報を得ようとするフリー・ライダーと、換金需要等から必要に迫られて売買する流動性トレーダーに分けられる。

投資家は期待効用を最大化するように行動すると仮定する。さて、( 1 ) 式で、 $\theta$  と  $x$  は 2 変数正規分布すると仮定する。

$$E[\theta] = 0 \quad \dots (4)$$

$$E[x] = 0 \quad \dots (5)$$

$$Var(\theta^* | \theta) = Var\theta^* \equiv \sigma_\varepsilon^2 > 0 \quad \dots (6)$$

また、 $\theta$  と  $x$  は無相関、 $*$  は、ランダム変数を表す。この時、( 2 ) ( 3 ) 式より、情報を持った投資家の期待効用は、以下ようになる。

$$E(V(W_{it}^*) | \theta) = -\exp\left\{-a\left[RW_{0i} + X_i(\theta - RP) - \frac{a}{2} X_i^2 \sigma_\varepsilon^2\right]\right\} \quad \dots (7)$$

ここで、 $X_i$  は、情報を持った投資家の危険資産への需要を表す。 $X_i$  に関して ( 7 ) 式を最大化すると、以下の式が導出される。

$$X_i(P, \theta) = \frac{\theta - RP}{a\sigma_\varepsilon^2} \quad \dots (8)$$

上式は、情報を持った投資家の需要が、富の水準に依存しないことを示している。同様に、 $P^*$  (  $\theta$ 、 $x$  ) に関する、かつ、 $u^*$  と  $P^*$  が 2 変数正規分布する関数とすれば、情報を持たない投資家の期待効用は、以下のようになる。

$$E(V(W_{it}^*) | P^*) = -\exp\left\{-a\left\{RW_{0i} + X_u(E[u^* | P^*] - RP) - \frac{a}{2} Var[u^* | P^*]\right\}\right\} \quad \dots (7)'$$

( 7 )' を最大化して、以下の式が導出される。

$$X_u(P, P^*) = \frac{E[u^* | P^*(\theta, x) = P] - RP}{aVar[u^* | P^*(\theta, x) = P]} \quad \dots (8)'$$

上式は、情報を持たない投資家の需要が、 $P^*$  と  $P$  の関数であることを示している。

( 3 ) 均衡の存在

$x$  を市場全体の危険資産への供給量として、価格システムで需給が一致する条件から、

$$\lambda X_i(P_\lambda(\theta, x), \theta) + (1 - \lambda) X_u(P_\lambda(\theta, x), P_\lambda^*) = x \quad \dots (9)$$

ここで、 $\lambda > 0$  とし、さらに、 $\theta$  と  $x$  から成る以下の価格システム  $w_\lambda$  を考える。

$$w_\lambda(\theta, x) = \theta - \frac{a\sigma_\varepsilon^2}{\lambda}(x - Ex^*) \quad \dots (10a)$$

$$w_0(\theta, x) = x \quad \dots (10b)$$

とする。( 10a ) 式より、

$$E[w_\lambda^* | \theta] = \theta$$

$$Var[w_\lambda^* | \theta] = \frac{a^2 \sigma_\varepsilon^4}{\lambda^2} var x^* \quad \dots (11)$$

が得られる。

ここで、 $\theta$  は、情報を持たない投資家が知りたがっている真の値であるが、ノイズ  $x^*$  が、 $w_\lambda^*$  が  $\theta$  を発見するのを妨げると仮定する。ここで、情報を持たない投資家が、 $P_\lambda^* = w_\lambda^*$  を発見する程度は、 $Var[w_\lambda^* | \theta]$  で表される。仮に、この値が小さければ、 $w_\lambda^*$  と  $\theta$  は同じように動くが、この値が大きければノイズの影響で両者はほとんどシンクロしないことになる。

( 11 ) 式からは、価格システムに関するいくつかのインプリケーションが得られる。まず、 $Var x^*$  が大きいシステムは、不完全である。次に、 $a$  が小さい ( 投資家がリスク回避的でない ) か、 $\sigma_\varepsilon^2$  が小さい ( 情報が正確 ) 時は、証券価格  $P_\lambda^*$  に近いので、情報を持った投資家が、危険資産に対する需要を増やす。  $a$  が大きいか、 $\frac{a^2 \sigma_\varepsilon^4}{\lambda^2}$

が小さければ、情報を持った投資家の需要は、より  $\theta$  の値に反応するようになる。この時、情報を持たない投資家は、容易に価格水準に関する情報を得ることが出来る。

( 4 ) 市場における均衡

ここで、情報を持った投資家と持たない投資家の期末の富は、

$$W_{it}^\lambda \equiv R(W_{0i} - c) + [u - RP_\lambda(\theta, x)] X_i(P_\lambda(\theta, x), \theta) \quad \dots (12a)$$

$$W_{Ut}^\lambda \equiv RW_{0i} + [u - RP_\lambda(\theta, x)] X_u(P_\lambda(\theta, x), P_\lambda^*) \quad \dots (12b)$$

ただし、

- $W_{it}^\lambda$  : 情報を持った投資家の期末の富、
- $W_{Ut}^\lambda$  : 情報を持たない投資家の期末の富
- $X_i$  : 情報を持った投資家の需要、
- $X_u$  : 情報を持たない投資家の需要
- $x$  : 危険資産の供給量、
- $P_\lambda(\theta, x)$  :  $\theta$ 、 $x$  のもとでの証券価格、
- $M_i$  : 投資家  $i$  の当初保有した無危険資産、
- $X_i$  : 投資家  $i$  の当初保有した危険資産
- $R$  : 無危険資産の利回り、 $c$  : 情報伝達コスト、
- $u$  : 危険資産のリターン

このとき、( 8 ) ( 12 ) 式より、均衡状態では、

$$\frac{EV(W_{ii}^\lambda)}{EV(W_{Ui}^\lambda)} = e^{ac} \sqrt{\frac{Var(u^* | \theta)}{Var(u^* | w_\lambda)}} \dots (13)$$

が成立する。さらに、市場全体の均衡状態では、

$$\frac{EV(W_{ii}^\lambda)}{EV(W_{Ui}^\lambda)} = e^{ac} \sqrt{\frac{Var(u^* | \theta)}{Var(u^* | w_\lambda)}} \equiv \gamma(\lambda) \dots (14)$$

$$(\quad) = 1 \dots (15)$$

が成立する。ただし、

$EV(W_{ii}^\lambda)$  : 均衡状態における情報を持った投資家の期待効用

$EV(W_{Ui}^\lambda)$  : 均衡状態における情報を持たない投資家の期待効用

$Var(u^* | \theta)$  : 情報を有する投資家の危険資産のリターンの分散

$Var(u^* | w_\lambda)$  : 価格システム全体における危険証券のリターンの分散

(5) 均衡の性格

ここで、以下のような変数  $m$ 、 $n$  を想定する。

$$m = \left(\frac{a\sigma_e^2}{\lambda}\right)^2 \frac{\sigma_x^2}{\sigma_\theta^2} \dots (16a)$$

$$n = \frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_\epsilon^2} \dots (16b)$$

$\theta^*$  と  $P_\lambda^*$  の相関係数の2乗を  $\rho_\theta^2$  とすると、以下の関係が成立するので、 $m$  は、価格システムの情報志向性の逆数となる。

$$\rho_\theta^2 = \frac{1}{1+m} \dots (17)$$

同様に、 $\frac{1}{1+n}$  が、 $\theta^*$  と  $u^*$  の相関係数の2乗に等しい

ので、 $n$  は、情報を持った投資家の情報の質を示すと考えられる。また、( 14 ) ( 15 ) 式からは、情報の伝達コストが、情報を持った投資家と持たない投資家の間の情報の質に関する均衡値 (equilibrium ratio of information quality between informed and uninformed traders)

(  $\frac{Var(u^* | \theta)}{Var(u^* | w_\lambda)}$  ) を決めることが分かる。ここで、 $m$ 、

$n$  を使って、( 14 ) 式を書き換えると、

$$\frac{Var(u^* | \theta)}{Var(u^* | w_\lambda)} = \frac{1+m}{1+m+mn} = \left(1 + \frac{nm}{1+m}\right)^{-1} \dots (18)$$

となる。このとき、

$$m = \frac{e^{2ac} - 1}{1 + n - e^{2ac}} \dots (19a)$$

$$1 - \rho_\theta^2 = \frac{e^{ac-1}}{n} \dots (19b)$$

( 19 b ) 式は、市場全体における情報効率性を示す指標であると考えることができる。

(6) 比較検証

これらの関係を図示すれば、図2のようになる。図2からは、以下のことが分かる。

- (1) 情報の質 ( $n$ ) の増大は、市場の情報志向性を増大させる。
- (2) 情報コスト ( $c$ ) の減少は、市場の情報志向性を増大させる。
- (3) リスク回避度 ( $a$ ) の減少は、市場の情報志向性を増大させる。
- (4) ノイズ ( $\sigma_x^2$ ) の増大は、市場の情報志向性を減少させるが、情報を持った投資家の期待収益率を引き上げるので、結果的には市場の情報志向性に影響しない。
- (5)  $\sigma_\epsilon^2$  の増大は、情報を持った投資家を増やすので市場の情報志向性に影響しない。
- (6)  $\sigma_u^2$  が一定の場合 (すなわち、 $\sigma_\epsilon^2$  が減少) に、 $\sigma_\theta^2$  の増大は、判断が難しい。この場合、結果は、 $a$ 、 $n$ 、 $c$  の値に依存するが、 $n$  が小さい時は、情報を有することの限界効用が高まるので、市場は情報志向的になり、 $n$  が大きい時は、情報を持たない投資家の限界効用が相対的に大きくなる

5. おわりに

Grossman, Stiglitz(1980)では、以下のように結論付けている。「効率市場仮説」の信奉者は、どんな時でも、価格にはすべての情報が反映されているはずだと主張するが、もしそうであれば、情報トレーダーが、自分の情報に基づいて収益を得ることができなくなる。「効率市場仮説」が正しく、かつ、情報収集にコストがかれば、市場は崩壊するだろう。これは、 $\sigma_\epsilon^2 = 0$ 、 $Varx^* = 0$  のケースである。この場合、情報トレーダーは、コストを払ってまで、情報を収集するインセンティブはなくなる。この結果、市場から情報トレーダーはいなくなるが、情報ト

リーダーがゼロの状態も均衡状態ではない。その場合は、コストを掛けて情報入手することで、容易に超過リターンを得ることが出来るからである。

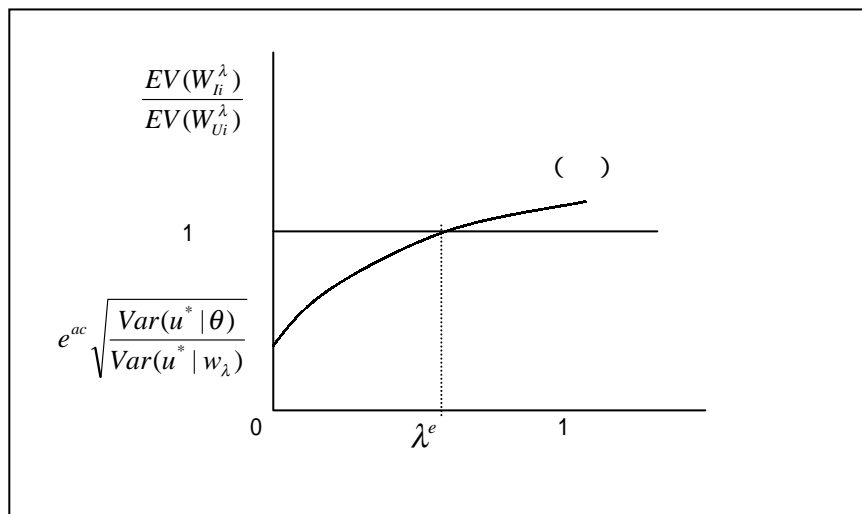
結局、ノイズが存在しない市場では、すべての情報は証券価格に反映されてしまっているから、取引動機がなくなり、市場が成立しないこと、逆に、ノイズだけの市場では、情報を得ることで容易に収益が上げられるので、市場は情報志向的になることが分かった。この意味で、ノイズの存在は市場の効率性の面からは中立である。一方、取引コストやリスク回避度の低下は、市場を効率的にする。最も重要なのが、 $n$  (情報トレーダーの持つ情報の質) を高めることである。

このように、証券市場に情報を持った投資家と持たない投資家の間の均衡点が存在しないことが、アクティブ運用とパッシブ運用がともに並存することの理由である。市場が効率的だと解釈して、世の中の投資家がすべてパッシブ運用を行えば、結果的に市場は非効率になり、その結果情報トレーダーに収益機会を与えることになる。

その結果として、効率市場が再現される。結局、すべての投資家がインデックス運用を行えば市場は非効率化するという「効率市場パラドクス」は成立しない。同時に取引コストとリスク回避度を一定とする限り、投資家は  $n$  (情報の質) を高めることでしか、高いリターンを得ることが出来ないという結果になるのである。

彼らの結論を発展させて考えて見れば、なぜ、世の中に複数の市場があるのかという疑問に対する解答を得ることが出来る。先物市場といった同一資産に対する複数市場の存在は、単一市場で十分な価格形成が行われないということに対する投資家の需要の裏返しと見るべきであろう。そのような需要が生まれる背景は、現物市場の高い取引コストが原因かもしれないし、何らかの人為的な要因によって現物市場で効率的な価格形成が阻害されていることの裏返しなのかもしれない。仮に、このような事情が、現物市場の他に先物、オプション市場が存在する原因なのであるとすれば、我々は、複数市場の存在を手放して喜ぶべきではないのかもしれない。

図2 情報伝達にコストがかかる場合の均衡



出典：Grossman Sanford J. and Joseph E. Stiglitz,1980, "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets", American Economic Review, June P399

( 参考文献 )

- 1 渡辺信一、2001、『金融工学 理論と現実』
- 2 渡辺信一、2001、「パッシブ運用だけでは「市場」は非効率化する」東洋経済 金融ビジネス10月号、p64 - 67
- 3 Barber Brad M. and Terrance Odean, 2000, "Trading Is Hazardous to Your Wealth:The Common Stock Investment Performance of Individual Investors", Journal of Finance, Vol.55, pp773-806
- 4 Barber Brad M. and Terrance Odean, 2000, "Too Many Cooks Spoil the Profits : Investment Club Performance", Financial Analysts Journal, January/February
- 5 Bogle, John, 1998, "The Implications of Style Analysis for Mutual Fund Performance Evaluation", The Journal of Portfolio Management, Summer, pp.34-42
- 6 Grossman Sanford J. and Joseph E. Stiglitz,1980, "On the Impossibility of Informationally Efficient Markets", American Economic Review, June P393-408
- 7 Malkiel Burton G. and Alexander Radisich, 2001, "The Growth of Index Funds and the Pricing of Equity Securities", The Journal of Portfolio Management, Winter, p9-21
- 8 Minor Dylan B., 2001, "Beware of Index Fund Fundamentals", The Journal of Portfolio Management, Summer, p45-50