日経 225 オプションの Volatility surface を見る

猪田　義浩[1]

本小論では、日経 225 オプションを取引し、リスク管理をするうえで重要となるインプライド・ボラティリティ（以下 IV）、特に取引が比較的活発な直近 3 限月における行使価格別に IV をマッピングしたいわゆる Volatility surface について、筆者が個人投資家の目線で活用している基本的な見方を紹介する。

以下の説明では、比較的一般的に使われている表記に合わせ、以下の通り BSM model を表すための記法を用いる。

$$\mathrm{S}：原資産\left(日経\ 225\ 現物\right)価格$$
$$\mathrm{F}_T：満期\ \mathrm{T}\ の原資産先物\left(またはフォワード\right)価格$$
$$\mathrm{K}：オプションの行使価格$$
$$\sigma_T：満期\ \mathrm{T}\ のオプションの\ \mathrm{IV}$$

Volatility の分析の重要性

日経 225 オプションも含め、様々な株式オプションで利用されている BSM model は、「唯一の自由なパラメーターである、資産の連続複利リターンの volatility（想定年率標準偏差）」で価格が決まるという、評価式が発表された時点では画期的かつ少ない計算負荷でオプション価格式が計算でき、更には市場でのヘッジ比率（デルタ）まで計算できるという、強力な有効性が強みとなり、様々な矛盾（例えば「市場のボラティリティはコンスタントである」という前提）を抱えながらも、現在でも強力な pricing tool として利用されている。

[1] 筆者は、Black Monday と呼ばれる、オプション理論が大きく影響した史上初の市場の大変動も含め、1987 年から銀行や証券会社等で為替、金利、株式オプション市場でトレーディングやリスク管理に従事、現在はデリバティブ業務に関するコンサルテーションに従事。リサーチアンドプライシングテクノロジー株式会社取締役。

そして、Put-Call Parity という関係から、同じ満期で同じ行使価格のオプションは、Put も Call もおなじ IV により価格が計算され、更にオプション価格は IV に関しては単調増加で 1 対 1 対応するという関係から、株式 index のオプションでは、世界中で IV をオプション価格と同一視することが一般的になっている。そのため、オプションの取引は、IV の取引という見方で、IV の分析はリスク管理上の基本と言える。

分析の基本：Volatility surface

IV によってオプション価格の動向、市場の状態などを把握する場合、最も基本的な方法が、行使価格別に IV をプロットしてみる Volatility surface だ。オプション市場での IV の変動は、"time value"を変動させ、単純に IV が高くなることは、将来の市場変動を大きく見積もり、オプションの"time value"を大きくする。逆に IV が低くなると、"time value"は小さくなる。この状況を行使価格別、満期別に比較し、オプション市場の需給、市場参加者の想定するリスクの偏りなどの情報を IV の相対的な比較から得られる。それは、ポートフォリオ戦略上最適な売買を行う重要な情報源になる。

Volatility surface には様々な見方があるが、本論では、筆者が実際に利用している方法を、その特徴と共に紹介する。

前述のように、BSM model では、「IV は変化せず一定である」という仮定を置くものの、実際には、残存期間、行使価格、原資産価格によって IV を変化させることで売買が成立している。そして、異なる IV が、オプションという商品の価値を相対的に判断する材料になる。そのため、様々なオプション市場で、様々な IV の分析が行われているが、株式市場では、デルタヘッジの関係もあり、ATM を基準にした行使価格の相対的な位置である"moneyness"を基準にすることが多い。最適なデルタヘッジ比率をベガリスクなども勘案して考えることから、スティッキー・デルタ（ATM からの距離で IV を見る方法、スティッキー・マネーネスともいう）を特に重視するリスク管理が行われている。

しかし日経 225 のように規格化された株式 index オプションでは、行使価格別に IV が対応するため、ある程度スティッキー・ストライク（行使価格別に IV を見る方法）という面もあるし、原資産価格が変化することで volatility surface も変わるため、スティッキー・ツリーのようなという性質(Local volatility model の implied tree の形状が保たれるという見方で、IV skew の構造が保存されるという見方、毎日時間が短くなる日経 225 オプションでは

modelとしての応用は難しいが、「原資産が上昇し、各行使価格のIVが減少、ATMのIVが特に下落するような動き」は、この model の性質)もある。

少し古い分析になるものの、Derman (1999)は、米 S&P 500 に関するオプション市場でのvolatility surface の形状変化について 3 つの基本パターンを論じ、ポートフォリオのヘッジへのインプリケーションを示唆しており、今でも十分参考になる。

更に、昨今の Machine Learning など computer driven の trading や high frequency data の活用の影響などもあり、IV の変化は速く複雑になっており、見方を画一的にすることはリスクにもなる。そのため、大事なことは volatility surface の挙動を常時同じ基準でとらえて観察し、日々の risk management に応用することが重要だ。

log-moneyness を期間の平方根で割った形での volatility surface

”moneyness”と言っても、単純なフォワードからの乖離で見る moneyness $\frac{K}{F_T}$ 、実際のlog-return と同じ形式で見る log-moneyness $\ln\left(\frac{K}{F_T}\right)$ などがあるが、私が日々利用しているのは、この log-moneyness を満期までの期間で割ることで、満期までの時間に対応した比率として表す moneyness $\frac{\ln\left(\frac{K}{F_T}\right)}{\sqrt{T}}$ だ[2]。IV の仮定である log-return の年率標準偏差は、σ$\sqrt{T}$ と満期までの時間の平方根に比例するため、年率で表される IV の σ をプロットして期間別に比べる場合、log-moneyness を $\sqrt{T}$ で割ることで標準的にとらえることができる。参考までに、ATM の IVσ_{ATM}を分母に入れ、横軸を $\frac{\ln\left(\frac{K}{F_T}\right)}{\sigma_{ATM}\sqrt{T}}$ とする見方なども考えられる。

この $\frac{\ln\left(\frac{K}{F_T}\right)}{\sqrt{T}}$ によって volatility surface を見る方法は、Natenberg (1994)で紹介されているが、Toby Daglish & John Hull & Wulin Suo (2007)では、” The Square Root of Time Rule”と呼び、異なる満期の volatility と行使価格の関係を考察している。

The Square Root of Time Rule：

$$\boldsymbol{\sigma(K,T) - \sigma(F,T) = \sigma(K^*,T^*) - \sigma(F^*,T^*)}$$

[2] 通常、時点 t における満期 T のオプションという意味で分母は $\sqrt{T-t}$ と表記することが多いが、ここでは常に現時点（t=0）を想定しているため $\sqrt{T}$ とした。

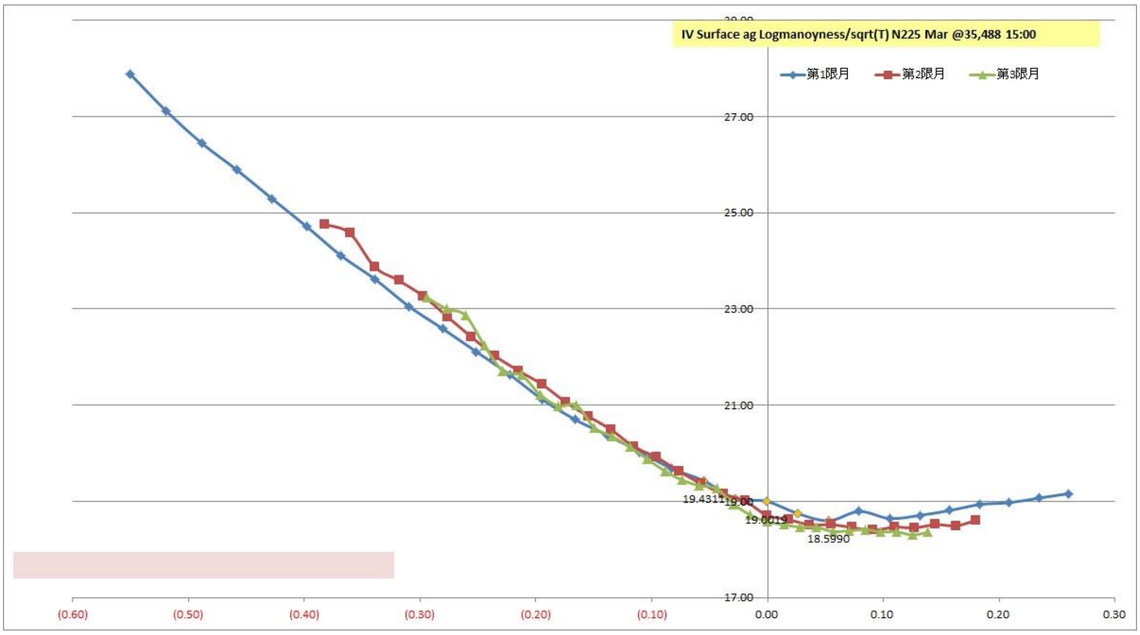
ここで、KとK^*は異なる行使価格、TとT^*は異なる満期、そしてFとF^*は満期に合わせたフォワード価格を表しており、これらの間に以下の関係を想定している。

$$\frac{\ln\left(\frac{K}{F}\right)}{\sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\frac{K^*}{F^*}\right)}{\sqrt{T^*}}$$

このアイディアは株式オプションの volatility suraface 分析では、比較的利用されている方法ではないかと思う。

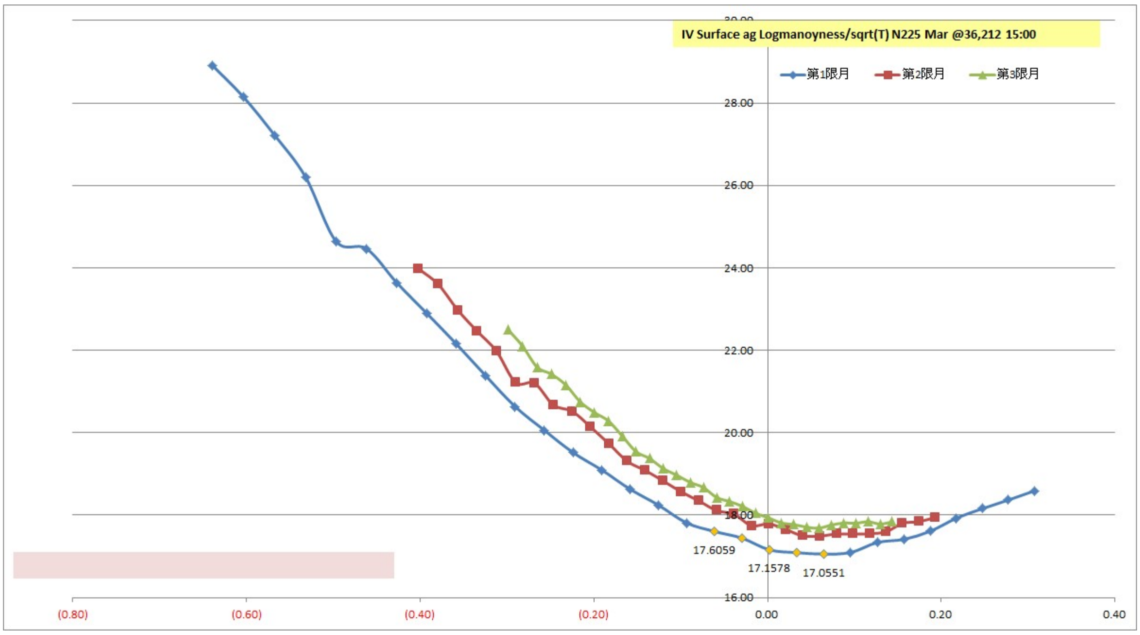
私自身も、いくつかの方法を試したのち、このアイディアは、今のところ最も私のリスク管理手法にはフィットすると感じ利用している。

以下の図は、横軸に$\frac{\ln\left(\frac{K}{F_T}\right)}{\sqrt{T}}$、縦軸に IV を取って、第 1 限月（2 月限）から第 3 限月（4 月限）までのオプションについて、1 月 17 日 15 時時点で volatility surface をプロットしたものである。

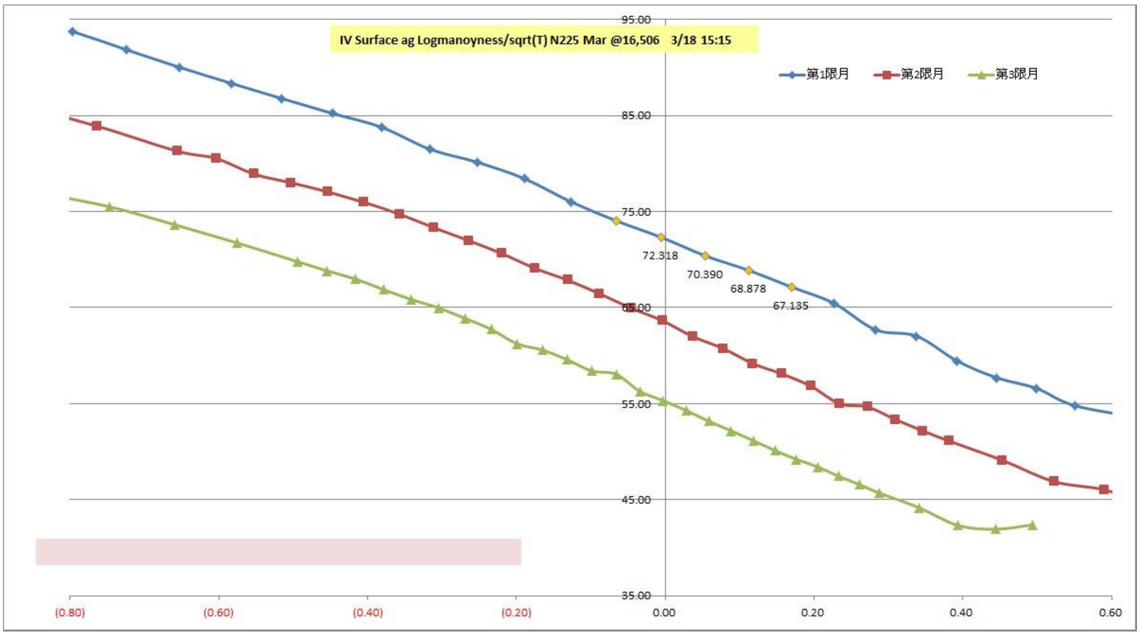


説明をわかりやすくするために、比較的よく市場でみられる典型的な図を選んだが、上図は限月交代後 1 週間程度の期間に比較的多く見られる状況で、**直近 3 限月の volatility surface がほぼ同じ曲線のように重なっている**。日付は 2024 年 1 月 17 日 15 時だ。重なっている状況というのは、あくまで私のキャリアにおける意見だが、「市場として、特に偏りがない（あるいは、将来的に市場参加者に強い見通しがない）」状況でみられる volatility surface だと考えている。そのため直近 3 限月の IV に関する相対的な高安がほとんどなくなっていると思われる。

こういった場合のインプリケーションとしては、トレーダーが限月間の違いについて比較的自信を持ったビューがある場合、ポジションをとりやすい。例えば、今後市場の IV が下がると強く考える場合、最も反応するのは期近の第 1 限月であるため、第 1 限月の IV をショートして、第 2 又は第 3 限月をロングにするカレンダースプレッドを仕込むことができる。逆にボラティリティが高くなると考える場合にはリバースカレンダーを仕込むことができる。例えば、この形状の 1 週間後である 1 月 24 日には以下の通り第 1 限月の IV が相対的に低下しており、カレンダースプレッドは効果があったと言える。



また、市場が非常に volatile になっているような状況では、以下のように第 1 限月の IV が特出して高くなることもある。以下の図は、pandemic の影響もあり非常に volatile だった 2020 年 3 月 18 日 15 時 15 分（引け）の状態だ。



ここまで極端になる事はまれだが、volatility surface を見ることでかなり市場の状況が認識しやすくなることを理解できるかと思う。そして、こういった volatility surface の変化を市場の状況によって見ることで、デルタヘッジも変化させることになる。

参考までに、私の IV の計算方法は以下の通り：

営業日で計算するため、1 年は 245 日、土日祝日はすべて排除、そして SQ 日については 0.75 日と計算する。そのため年末年始やゴールデンウィークなどが入る場合、市場がある程度荒れていると第 1 限月の IV が若干高めに出ることがある。また、最終週に入った場合には、SQ 日の午前 9 時時点で 0 となるように時間で IV を計算する。つまり、SQ 週の第 1 限月のみ時間で計算し、あとは 1 日毎（単純に日本の 24 時で次の日になる）に IV を計算し、データとしてストックするのは基本現物市場が終了する 15 時としている（個人でのデータなので、欠損があったりするが、個人でトレードが可能になった 2005 年ぐらいからみている）。

IV の計算は、様々な方法があるが、私自身の経験では、同じ方法を継続して使うことが重要だ。例えば 365 日ベースで計算して土日を挟むときに 3 日と考えても、245 日ベースで計算している場合に比べ、リスク管理上大きな違いはない（365 日ベースを併用していたこともあるが、245 日ベースとは、例えば木曜日や金曜日の IV の見方が少し変わるという意識が必要なぐらいで、さほど違いを感じなかった）。245 日ベースとしたのは、やはり営業日ベースで計算する米国の VIX 指数を参考にしたからだ。金融機関で通貨オプションをやっていたときや、金利オプションでは、365 日ベースで計算していたと記憶する。

IV を一定にして内包されたドリフトによるプレミアムの相対的な評価

このアイディアは、友人の尹氏らが執筆した論文（尹 熙元、棚橋 隆彦(2001) ）からヒントを得た。上記 volatility surface に加え、IV の相対的な比較の参考として、リスク管理上有効に使っている方法だ。

論文自体も非常に興味深く、着眼点が面白いので少しだけ紹介すると、著者の一人である尹氏は、もともとソロモンブラザーズのクォンツであり、アービトラージを行っていた経験から、BSM model や金融理論一般でも基本的に仮定されている"Free Lunch"ということに疑問を感じていたことがインセンティブになったようだ。BSM model での volatility surface は特に OTM の Put に関して IV が高くなる傾向があるが、各オプションプレミアムについて、第 1 限月の ATM の volatility を全ての行使価格の volatility として、内包される収益率（一般的にはギリシャ文字μで表されることが多い）を変化させることで相対的な違いを評価するという考え方。

BSM model では、risk less rate r による self funding を想定し、free lunch という仮定の元、オプション価格 $\boldsymbol{f}$ について以下の偏微分方程式が導出される。

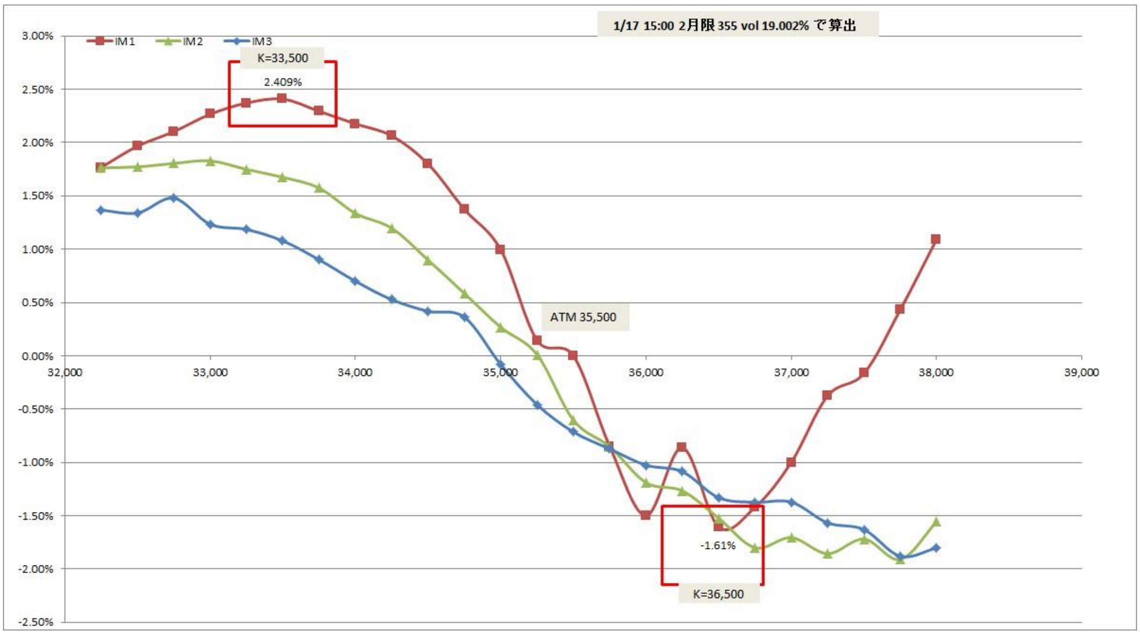
$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{1}{2}(\sigma S)^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}+rS\frac{\partial f}{\partial t}=rf$$

ここでは volatility であるσが一定だが、それが市場にフィットしないことから行使価格別に異なる volatility（IV）を入力し、オプション売買が行われている。尹氏らの論文では、そのこと関し、free lunch の仮定を廃止、volatility であるσを一定（例えば、決まった期間の ATM の volatility）にして、Call 価格によって**内包されているドリフト μ の大きさを変えて評価する**というアプローチをとった。想定される偏微分方程式は以下の通りになる。

$$\frac{\partial f}{\partial t}+\frac{1}{2}(\sigma S)^2\frac{\partial^2 f}{\partial S^2}+\mu S\frac{\partial f}{\partial t}=rf$$

この μ をオプションプレミアムに内包されたドリフトとしてインプライド μ とし、その大きさによってオプションプレミアムの相対的な評価を行う方法だ。

私は、**第 1 限月の ATM の Implied Mu (以下 IM)を 0 として行使価格別に計算**[3]しているが、例えば既に volatility surface で見た 1 月 17 日 15 時時点の IM は以下のような形状になった。（注意、この図では赤線が第 1 限月）



この図で面白いのは、**形状が Vanna**(プレミアムを volatility と原資産で偏微分したリスク指標で、volatility と原資産の相関リスクの指標)**を逆にした形**に似ていることだ。相対的な評価という意味では、ATM（35,500 円）の $\mu = 0$ に対し、OTM Put 側となる行使価格が低い左側の IM は正値、OTM Call となる行使価格の高い右側は負値となっており、基本的には volatility skew の構造と同じ性質が見て取れる（OTM Put の IV が高く OTM Call の IV が低い）が、図では左側は行使価格 33,500 円で $\mu = 2.409\%$ と peak となり右側も第一限月で bottom となるのは、行使価格 36,500 円の$\mu = -1.610\%$で、Skew のように行使価格が低ければ高くなるわけではない。実はこの行使価格は左側が Vanna の bottom、右側が Vanna の peak とほぼ同じ行使価格であることが多く、おそらく volatility risk の skew hedge にもかかわっているのだと思われる。

---

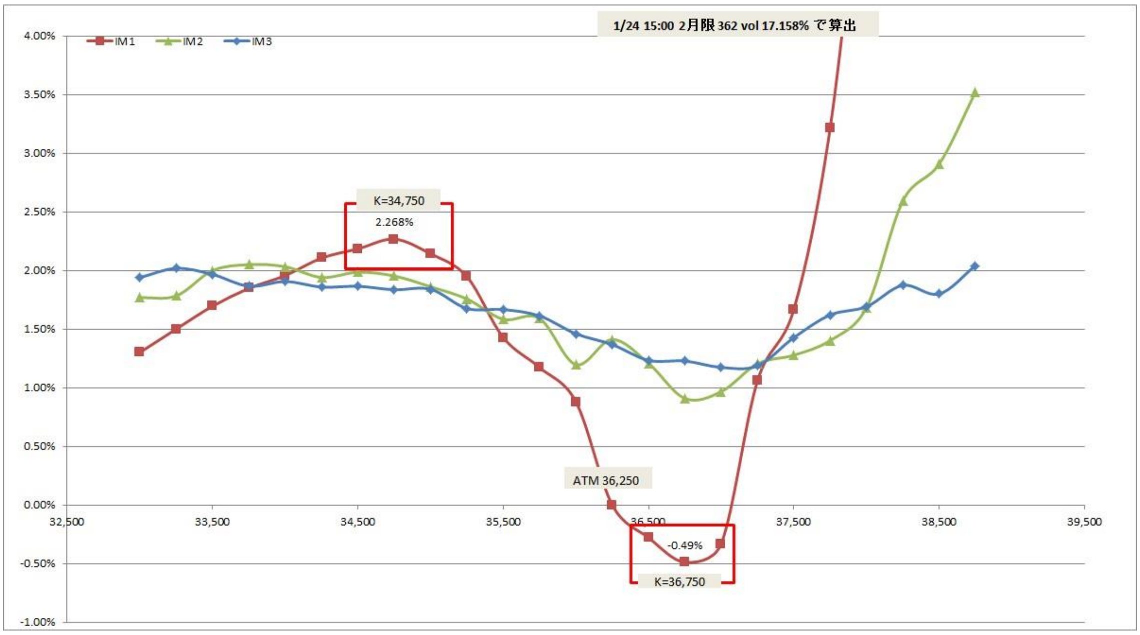
3 日経 VI と同様の期間での ATM の volatility も線形補間で計算しているので、大きなポートフォリオを見る場合には、日経 VI と同じ基準の ATM の volatility を使う方が良いと思う。しかしポジションが小さな個人投資家目線では、日々期間が短くなっていく直近限月の ATM を使うことで、期間の影響を見つつリスク管理をする方法がよりわかりやすく思われる。

こういった構造を踏まえると、例えば市場において株式の下落リスクが高まった場合に効果的に Put 買いをしたければ最も IM の高い Put を買うという選択があるし、逆に Skew がフラット化する可能性を考える場合には IM の高い Put を売るという選択もある。私は、金融業界でオプショントレーダーをやっていた際には、基本的に Gamma long、つまりオプションを買う形でのポジションキープが圧倒的に多かったため、今でもノーポジション以外では 90%以上が Gamma long であるので、IM の高い OTM Put を買うという選択はよく行っている。ただ、ここ 2 年程度は、下落リスクが極端に感じられなくなっている状況もあり、bottom の OTM Call を購入する機会も増えている（どちらにしても買いが多いことに変わりない）。

また、この IM による分析では、最近特に米国でよくみられる、個別銘柄の OTM Call オプションの強さ[4]などを見るときにも参考になる。日経 225 もここ 2 年ほどは上昇相場となっており、オプション市場でも Call が 2010 年代と比べ相対的に高くなる状況が多く発生しているが、そういった状態になると、Call の bottom がかなり ATM に近くなる。この状況はオプション満期が近くなっても自然に起こる現象なので、見慣れていない方には注意が必要だが、OTM Put の peak と OTM Call の bottom の ATM からの距離の違いはオプション戦略上も参考になる情報だ。

以下の図は、やはり前掲の 1 月 24 日 15 時の IM だ。ATM（36,250 円）に対し、行使価格が低い左側の IM peak は行使価格 34,750 円の $\mu = 2.268\%$ 、右側の bottom は $\mu = -0.490\%$ で行使価格は 36,750 円である。この時期は 2 月の SQ 日までは 2 週間と少しあるが、Call がかなり強く意識されていた。

4 例えば 3 月 18 日の CBOE、”Macro Volatility Digest”では、代表的な Nvidia の 1 ヶ月 25-delta の IV skew が、前週に 16 年ぶりの低水準で-9.5%と Call が Put より高くなっていることが指摘されている。



ここまで、ごく簡単かつ個人投資家として私が活用している volatility surface の見方を、ごく簡単ではあるが紹介した。オプションの risk management では delta hedge の大きさをどうするか（私は SABR model も利用している）、直近の realized volatility をどうとらえるかや、volatility skew の形状、kurtosis の状況、さらには vol on vol や vanna との関係など見るべきポイントは非常に多くある。そういった volatility management などについて、少しでも助けになれば幸いと考える。

Refferences：

Emanuel Derman (1999) “Regimes of Volatility: Some observations on the variation of S&P 500 implied volatilities”, *RISK*, Vol. 12, No. 4, (April 1999), pages 55-59

Natenberg S. (1994) “*Option Pricing and Volatility: Advanced Trading Strategies and Techniques*,” 2nd ed. McGraw-Hill

尹　熙元、棚橋　隆彦(2001)「Black-Scholes 方程式の流体力学的解釈による拡張」、日本計算工学会論文集 2001 年 2001 巻 p. 20010048

Toby Daglish & John Hull & Wulin Suo (2007) "Volatility surfaces: theory, rules of thumb, and empirical evidence," Quantitative Finance, Taylor & Francis Journals, vol. 7(5), pages 507-524.