

超高頻度データによる株価指数先物間の先行遅行関係の推計

吉田 靖*

1. はじめに

近年の金融市場においては、取引の電子化とアルゴリズム取引の進展により、価格形成の時間スケールは従来の秒単位からミリ秒、さらにはマイクロ秒単位へと急速に短縮している。このような環境下では、価格発見や裁定機会の発生・消滅は極めて短時間のうちに完結するため、観測データの時間精度が実証分析の妥当性を大きく左右することが指摘されている。特に、流動性が高い銘柄では、価格変化の先行遅行関係（lead-lag 関係）の識別において、従来の時系列データでは捉えきれない超短期的な分析が重要となる。

この点において、J P X 総研の ITCH バイナリデータは、注文の発注、変更、取消および約定といった市場の全イベントを逐次的かつナノ（10 億分の 1）秒単位という高精度のタイムスタンプ付きで記録されているため、学術研究にとっても利用価値があると考えられる。この ITCH データは「J-GATE3.0 が ITCH プロトコルにて配信する全注文情報（ITCH データ）の電文をバイナリ形式で記録したデータ」¹で、板の状態変化を完全に復元可能であることから、価格形成過程そのものを直接観測することを可能にし、アルゴリズム取引主体の行動や市場間の情報伝播速度を分析する上で不可欠である。

このような、超高頻度データを用いた実証研究においては、観測される価格系列の時刻が等間隔ではなく、同時刻の情報を反映しているとは限らないという問題、すなわち観測非同期性や伝送遅延の影響が重要となる。従来の先行遅行分析では、観測時刻をそのまま市場の反応時刻とみなすことが多かったが、実際にはデータ配信経路やシステム構成に起因する遅延が観測値に含まれている可能性がある。このため、高精度なタイムスタンプを有する ITCH データを用いることは、これらの影響を最小化し、価格発見の実態により近い分析を行うための前提条件となる。

以上の問題意識のもと、本研究では大阪取引所に上場されている株価指数先物 4 銘柄を対象に、ITCH バイナリデータを用いた超高頻度の先行遅行分析を行う。同様な手法を応用している吉田（2021）は 100 ミリ秒間隔でのスナップショットの気配データを用いているため、それ以上の精度での結論を得ていない限界があり、その改善を本稿では目指す。さらには、ナノ秒単位の時刻情報の活用により、日本の学術研究ではまだ多くない超短期的な価格発見メカニズムの解明の第一歩を試みるものである。

* 東京経済大学 経営学部 教授、統計数理研究所 客員教授

¹ オルタナティブデータ提供サービス（J-GATE） <https://www.jpx.co.jp/markets/paid-info-alternative/j-gate/index.html> による。

以降の第 2 節では先行研究を紹介し、第 3 節で使用するデータを説明する。第 4 節は分析に用いている方法の概説であり、第 5 節で推計結果を示す。第 6 節はまとめである。

2. 先行研究

価格発見および市場間や銘柄間の価格変動に関する研究は、金融証券市場の情報集約機能を理解する上で、中心的なテーマとして長年にわたり蓄積され、進展している。例えば、Hasbrouck(1995)による情報シェアの枠組みは、複数市場間における価格発見の寄与度を測定する標準的手法として広く用いられている。また、Brogaard et al.(2014)は、高頻度取引主体の注文フローにより価格発見が極めて短時間のうちに進行することを明らかにしている。これらの研究は秒単位のデータから価格変化が極めて短時間のうちに市場に反映されることを明らかにしている一方で、さらに細かい時間スケールでの価格発見の分析が必要であることも示唆しているといえよう。

近年では、分析対象はさらに高精度化し、ナノ秒レベルのタイムスタンプを有するイベントデータを用いた研究が登場している。これらの研究は主として注文フローの分析に焦点を当てており、Menkveld (2017) が指摘するように、取引の相当部分がミリ秒未満の時間スケールに集中していることが示されている。実際、ITCH データを用いた研究では、注文や約定イベントがナノ秒あるいはそれに近い時間解像度で記録されており、市場のダイナミクスを超高頻度データにより観測することが可能となっている。

しかしながら、ナノ秒レベルのデータを用いた既存研究の多くは、主として注文フローや流動性供給の分析に集中しており、市場間あるいは商品間の先行遅延関係を直接的に分析した研究は限られている。すなわち、現在の研究は、マイクロストラクチャー分析においてはナノ秒データの活用が進んでいる一方で、価格発見や情報伝播の分析においては依然としてミリ秒からマイクロ秒単位の時間粒度に依存している。

このギャップは、現代の高速な市場における価格形成メカニズムを理解する上で重要な問題となりうる。すなわち、もし価格発見がミリ秒未満の時間スケールで進行しているとすれば、従来の時間頻度に基づく先行遅延分析は、真の因果関係ではなく観測の粗さに起因する擬似的な遅延を捉えている可能性がある。また、超高頻度環境においては、データ配信経路やシステム構成に起因する伝送遅延が観測タイムスタンプに影響を与えるため、観測される時間差をそのまま経済的な先行遅延関係として解釈することには慎重である必要がある。

以上の点を踏まえると、ナノ秒レベルのタイムスタンプを有するイベントデータを用い、かつ観測遅延の影響を考慮した先行遅延分析を行うことは、現代の金融証券市場における価格発見の時間的構造を正確に把握する上で不可欠であると考えられる。本稿は、日本の株価指数先物市場における ITCH バイナリデータを用い、研究例が比較的少ないこの領域に対して実証的な検討を行うものである。

3. 使用するデータ

3.1 J-GATE 3.0 ITCH バイナリデータ

本稿では、J P X 総研が提供するオルタナティブデータサービスのうち、「ITCH バイナリデータ」を使用する。同データは、2021 年 9 月 21 日に新しいデリバティブ取引システムである J-GATE 3.0 への移行に伴い、それ以前の CSV 形式から新たにバイナリ形式へと変更されたもので、J-GATE が ITCH プロトコルにて配信する全注文情報を収録している。この ITCH は NASDAQ が開発し、NASDAQ の TotalView-ITCH で採用されており、類似の構造を持ったプロトコルは世界の主要取引所で採用されている。

本稿が対象とする銘柄のうち、日経 225 先物（ラージ）・日経 225 マイクロ先物・TOPIX 先物は同一の MCG (Multicast Group、特定の商品グループのデータ配信チャンネル) に属し、日経 225mini は異なる MCG に属する。ITCH バイナリデータに記録されるタイムスタンプは、マッチングエンジンから ITCH ゲートウェイを経由したマルチキャスト配信パッケージが L1 スイッチ（タッピングポイント T6）を通過した時刻をナノ秒単位で記録したものである。J P X 総研の「オルタナティブデータ提供サービス J-GATE タイムスタンプデータ仕様書」（第 1.5 版、2024 年 9 月）²によれば、この L1 スイッチは PTP (Precision Time Protocol) によってハードウェアレベルで時刻同期されており、参考数値ではあるが同期精度は平均約 10 ナノ秒、最大 33 ナノ秒である。T6 (Timestamping L1SW #1) では ITCH 全システムを単一の打刻機器で収容しているため、MCG が異なってもタイムスタンプは原理的に同一の時刻基準で記録されている。したがって、セグメントをまたぐ先物銘柄間の先行遅行関係の推計において、タイムスタンプ基準の相違に起因するバイアスは最大でも数十ナノ秒のオーダーに限られると考えられ、本稿の先行遅行パラメータの解釈への影響は限定的であると考えられる。

3.2 マイクロプライス

ITCH バイナリデータから板情報を復元し、マイクロプライス (microprice) を算出する。マイクロプライスは Gatheral and Oomen (2010) が提案した価格指標を、Stoikov (2018) がマルチンゲール条件から理論的に精緻化したものである。本稿ではこの Stoikov (2018) のフレームワークと整合的な線形近似式である式 1 を採用する。

マイクロプライスの計算に使用する変数を以下に定義する。すなわち、

P_a : 最良売気配価格 (Best Ask Price)、

P_b : 最良買気配価格 (Best Bid Price)、

Q_a : 最良売気配数量 (Best Ask Quantity)、

² <https://www.jpx.co.jp/markets/paid-info-alternative/j-gate/SpecTimestamp.pdf> を参照。

Q_b : 最良買気配数量 (Best Bid Quantity)、

M : 仲値 (mid-price、最良買気配価格と最良売気配価格の単純平均)

$$M = \frac{P_a + P_b}{2}、$$

s : ビッドアスク・スプレッド (bid-ask spread)

$$s = P_a - P_b、$$

I : 板の不均衡 (order book imbalance)、最良気配における買い圧力と売り圧力の相対的な大きさ

$$I = \frac{Q_b}{Q_b + Q_a}、$$

となる。したがって、 $0 \leq I \leq 1$ であり、 $I = 1$ は買い圧力が最大 ($Q_a = 0$)、 $I = 0$ は売り圧力が最大 ($Q_b = 0$)、 $I = 0.5$ は需給が均衡していることを表す。

このときマイクロプライスは次式となり

$$P^* = M + \frac{s}{2} \cdot (I - 0.5)$$

これを展開すると式 1 となる。

$$P^* = \frac{P_a + P_b}{2} + \frac{P_a - P_b}{2} \cdot \frac{Q_b - Q_a}{Q_b + Q_a} \quad \dots (式 1)$$

直感的にはマイクロプライスは仲値 M に、板の不均衡 I に応じてスプレッドの半分の補正を加えた価格指標であり、現在では高頻度取引研究における一般的な価格測度となっている (Aquilina et al. 2022)。

3.3 分析の対象銘柄と期間

分析対象は大阪取引所に上場されている株価指数先物のうち、TOPIX 先物・日経 225 先物の 2026 年 1 月から 2 月時点での期近限月 (2026 年 3 月限) およびこれらと限月が同じ日経 225mini・日経 225 マイクロ先物の 2026 年 3 月限の 4 銘柄である。これらの主な制度を比較すると表 1 のとおりである。

表 1 分析対象先物商品の主な取引制度比較

名称	TOPIX先物	日経225先物	日経225mini	日経225マイクロ先物
取引開始日	1988年9月3日	1988年9月3日	2006年7月18日	2023年5月29日
取引単位	TOPIX×10,000	日経平均株価×1,000	日経平均株価×100	日経平均株価×10
呼値の単位	0.5ポイント	10円	5円	5円
1呼値あたりの金額	5,000円	10,000円	500円	50円
限月取引	6月・12月限:直近10限月 3月・9月限:直近3限月	6・12月限:直近16限月 3・9月限:直近3限月	6・12月限:直近10限月 3・9月限:直近3限月 他の限月:直近3限月	四半期限月:直近2限月 他の限月:直近2限月
立会時間	<日中>オープニング:8:45, レギュラー・セッション:8:45~15:10, クロージング:15:15 <夜間>オープニング:16:30, レギュラー・セッション:16:30~翌5:55, クロージング:翌6:00 オープニングで取引が成立しない場合, レギュラー・セッションに移行			
取引最終日	各限月の第2金曜日(休業日に当たる場合は, 順次繰り上げ)の前日に終了する取引日			

出所: 日本取引所グループウェブサイトを元に著者作成

分析期間は2026年1月5日(月)から2月10日(火)までの現物取引のない祝日取引日である1月12日を除く26取引日とし、ザラバ取引の開始は8:45であるが寄り付き直後の変動が大きい時間帯を除いて、9:00からとする。分析終了時刻の決定にあたり、予備的検証段階で午後の時間帯は、後述する推定量のコントラスト関数 $U(\theta)$ の形状が、単峰的でないケースや、最大値探索グリッド幅を大きくしてもその範囲の端への張り付きが比較的多いケースなどが比較的頻繁に観測されたため、本稿では推定の信頼性を考慮して分析から除外し、さらに現物市場との関係も考慮し、現物市場の前場終了時刻にあわせて11:30までを分析対象とする。この時間帯での1日当たりのレコード数はTOPIX先物と日経225先物が数十万件、日経225miniと日経225マイクロ先物は百万件のオーダーとなっている。

4. 分析方法

4.1 Hayashi-Yoshida (HY) 共分散推定量

高頻度データを用いた2資産間の共分散推定において、標準的な実現共分散 (realized covariance) は、観測時刻が2資産間で非同期である場合に深刻なバイアスを生じることが知られている。この問題に対処するため、Hayashi and Yoshida (2005) は、2つの拡散過程が非同期に離散観測される状況において、データの同期化処理を必要としない新たな共分散推定量を提案した。

ここで、2資産のlogマイクロプライスの系列をそれぞれ $X = \{X_{S^i}\}$ 、 $Y = \{Y_{T^j}\}$ と表す。ここで $\{S^i\}$ および $\{T^j\}$ はそれぞれの資産で独立にランダムに定まる観測時刻であり、一般に非同期であるとする、HY推定量HYは次式により定義される。

$$HY = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta X_{S^i} \cdot \Delta Y_{T^j} \cdot \mathbb{1}_{\{[S^{i-1}, S^i] \cap [T^{j-1}, T^j] \neq \emptyset\}}$$

なお、 Δ は観測値の差分であり、 $\mathbb{1}_{\{A\}}$ は事象 A のインデックス関数で A が真のとき1、偽のときは0である。したがって、 $[S^{i-1}, S^i] \cap [T^{j-1}, T^j] \neq \emptyset$ は2つの観測区間が時

間的に重複する部分があることを表すので、重複する時間帯のあるペアのみが積の計算に採用されることになる。

4.2 先行遅行パラメータの推定

先行遅行パラメータの推定には、Hoffmann et al. (2013) が提案した連続時間モデルに基づく推定量を用いる。このフレームワークで、2 次元過程 (X_t, Y_t) がパラメータ $\vartheta \in \mathbb{R}$ の先行遅行効果を持つとは、 $(X_t, Y_{t+\vartheta})$ がある特定のフィルトレーションに関してセミマルチンゲールとなることとして定義され、フィルトレーションに応じて $\vartheta = 0$ のときは標準的な無裁定のケースが得られる。

先行遅行パラメータ ϑ は、HY 推定量を時間シフト ϑ の関数として拡張した次式のコントラスト関数 $U(\vartheta)$ の絶対値を最大化する $\hat{\vartheta}$ を求めることによって推計する。

$$U(\vartheta) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \Delta X_{S^i} \cdot \Delta Y_{T^j} \cdot \mathbb{1}_{\{[S^{i-1}, S^i) \cap [T^{j-1} + \vartheta, T^j + \vartheta) \neq \emptyset\}}$$

$$\hat{\vartheta} = \operatorname{argmax}_{\vartheta \in \mathcal{G}} |U(\vartheta)|$$

ここで \mathcal{G} は $\hat{\vartheta}$ の探索グリッドであり、本稿では $\mathcal{G} = [-3 \text{ ms}, +3 \text{ ms}]$ ($5 \mu\text{s}$ 刻み、1,201 点) を基本とする。その結果、 $\hat{\vartheta} > 0$ のときは X が Y に $\hat{\vartheta}$ 秒先行することを意味し、逆に $\hat{\vartheta} < 0$ は Y が X に $\hat{\vartheta}$ 秒先行することを意味する。この推定量は非同期データに対してロバストである。本稿では、分析期間を通じた推定値の分布に基づき $\mathcal{G} = [-3 \text{ ms}, +3 \text{ ms}]$ ($5 \mu\text{s}$ 刻み、1,201 点) を基本グリッドとして採用する。ただし、一部の日についてはこの範囲で推定量がグリッド端に達したため、当該日については $\mathcal{G} = [-10 \text{ ms}, +10 \text{ ms}]$ ($5 \mu\text{s}$ 刻み、4,001 点) に拡大して再推定する。実際の推定には The YUIMA Project³により提供されている関数 `llag()` を用いている。

5. 推定結果

各取引日において推定された先行遅行パラメータを表 2 に示す。この 1 点のみの推計値では、最大値近傍のコントラスト関数の形状が不明で、推定の信頼性に欠けるため、コントラスト関数の形状を図 1 以降に示す。すべての形状を確認しているが冗長でもあるので、図 1 と形状が似ているグラフは省略し、特徴的な例を示す。また、ペアの違いによってコントラスト関数の値は異なるが、ここではその形状に注目するため、各ペアの関数値を最小値 0、最大値 1 に正規化している。

まず、表 2 によると 1 月 23 日と 2 月 4 日は他の日と比べて特に異なっている。1 月 23 日は TOPIX 先物と日経 225 マイクロ先物の間の先行遅行パラメータの推定値が 65 マイク

³ <https://yuimaproject.com/> を参照。

表 2 推定された先行運行パラメータ (単位: ms(マイクロ秒)=100 万分の 1 秒)

日付	TOPIX先物	TOPIX先物	TOPIX先物	日経225先物	日経225先物	日経225mini
	↓ 日経225先物	↓ 日経225mini	↓ 日経225マイクロ先物	↓ 日経225mini	↓ 日経225マイクロ先物	↓ 日経225マイクロ先物
1月5日	115	295	295	130	160	75
1月6日	820	895	640	60	-95	-175
1月7日	-70	70	105	115	155	55
1月8日	-75	75	-50	70	135	50
1月9日	430	1,775	400	35	135	30
1月13日	-15	105	155	165	175	30
1月14日	-45	15	-15	165	75	15
1月15日	195	220	175	70	15	-15
1月16日	1,090	1,150	445	60	-580	-610
1月19日	-85	45	-50	175	130	-20
1月20日	-400	-105	-165	355	290	-75
1月21日	-30	90	85	90	95	10
1月22日	-315	15	-120	315	295	-5
1月23日	★3,230	★3,200	65	50	★-3,160	★-3,180
1月26日	400	320	175	50	-140	-165
1月27日	-70	15	20	120	115	15
1月28日	80	135	150	150	140	-20
1月29日	170	175	210	55	65	30
1月30日	75	85	95	85	50	0
2月2日	-10	120	95	215	95	-55
2月3日	1,075	1,325	1,235	315	135	-120
2月4日	★3,460	30	★3,470	★-3,330	130	★3,425
2月5日	20	60	85	115	45	30
2月6日	65	45	40	45	5	20
2月9日	5	210	50	165	115	-70
2月10日	-105	1,170	140	1,355	315	-1,005

(注) 色の範囲: -1000以下
 -99~99
 ★は絶対値が3000以上
 値が正の場合は、表頭上段の銘柄が下段の銘柄に先行し、負の場合は逆に下段の銘柄が先行していることを示す。

筆者作成

口秒であることから、この 2 銘柄が 1 組とすれば、日経 225 先物と日経 225mini も別の 1 組のように見える。そして TOPIX 先物・日経 225 マイクロ先物組が日経 225 先物・日経 225mini 組に対して約 3000 マイクロ秒強先行していたことを示している。2 月 4 日は組み合わせが異なり、TOPIX 先物と日経 225mini がほぼ同時で、日経 225 先物と日経 225mini もほぼ同時で、TOPIX 先物・日経 225mini 組が日経 225 先物・日経 225 マイクロ先物組に対して約 3000 マイクロ秒強先行していたことを示している。

1 月 23 日は日銀の金融政策決定会合があり、昼の時間帯に市場に影響を与えるニュースがある可能性を控えての時間帯であったこと、2 月 4 日は特別に大きなニュースはなかったとみられるが、現物市場の前場は前日の大幅高の反動で日経平均が下落した一方で TOPIX は上昇したことなどが他の日とは異なる動きとの関連があるかもしれないが、今回の推定結果からこの原因を決定することは困難である。どちらの場合でも TOPIX 先物が先行していた方の組み合わせに属していることは特徴的な結果であろう。

次に、この特殊な 2 日を除くと、TOPIX 先物は日経平均 mini に対して 1 月 20 日以外は先行し、また日経平均先物は日経平均 mini に対して一貫して先行しており、日経平均マイクロ先物に対しても先行している日が多い結果となっている。

そして、TOPIX 先物と他の日経平均を原資産とする 3 銘柄という区分では先行運行関係は不安定である。しかしながら、TOPIX 先物が先行する場合、その値は 1000 マイクロ秒を超える日があることも特徴的である。

その上で、図によって可視化された推定の信頼度を確認する。

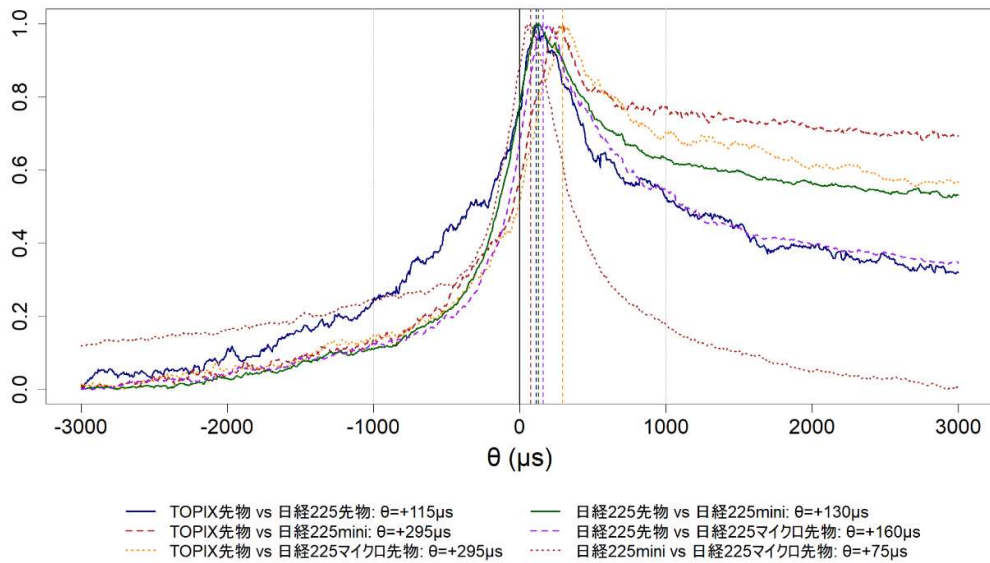


図 1 2026 年 1 月 5 日 9:00~11:30 のコントラスト関数 (正規化後)

筆者作成

図 1 は類似のパターンが多い 1 月 5 日のコントラスト関数の形状である。関数は多少の上下変動を伴いながらも、 ± 3000 マイクロ秒の範囲で大きくみるとピークはおおよそ 100 マイクロ秒から 300 マイクロ秒の範囲にあることが確認できる。ただし、その山の形状はマイクロ秒レベルで考えれば、なだらかとも言える形状で先行運行の関係は幅があるものを考えることが妥当であろう。

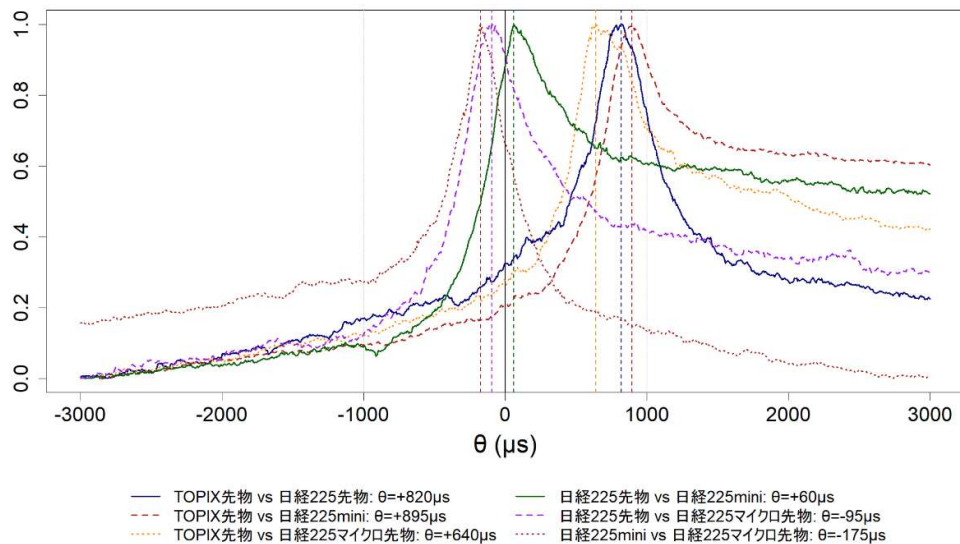


図 2 2026 年 1 月 6 日 9:00~11:30 のコントラスト関数 (正規化後)

筆者作成

図2は1月6日のグラフであり、TOPIX先物の先行を示すピークがおおよそ600~900マイクロ秒と図1と大きくなっていることがわかる。

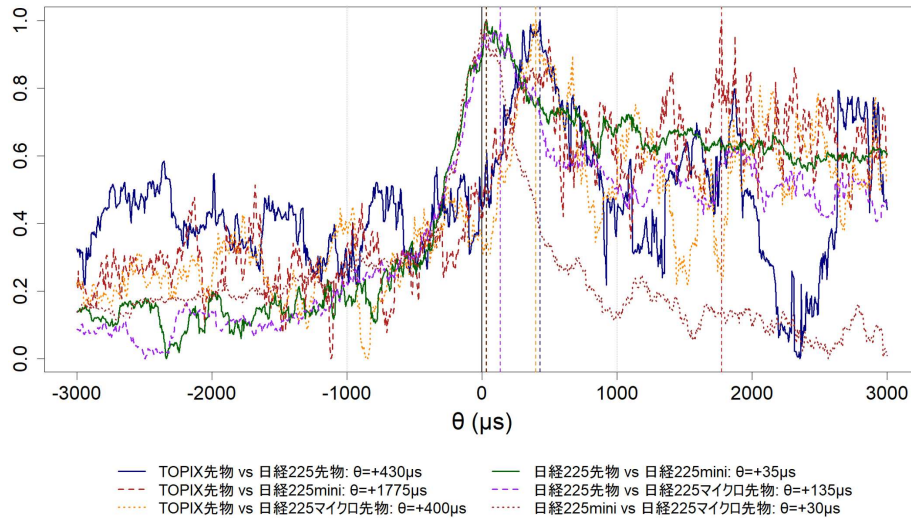


図3 2026年1月9日 9:00~11:30のコントラスト関数(正規化後)

筆者作成

一方、図3は1月9日であるが、同一ペアの中で幾つもの波が重なっているかのように見える状況であり、特にTOPIX先物とのペアでは探索のグリッドによっては、異なる推定値もありうるので信頼度は低いと言えるが、他の日と違う様子は明らかである。

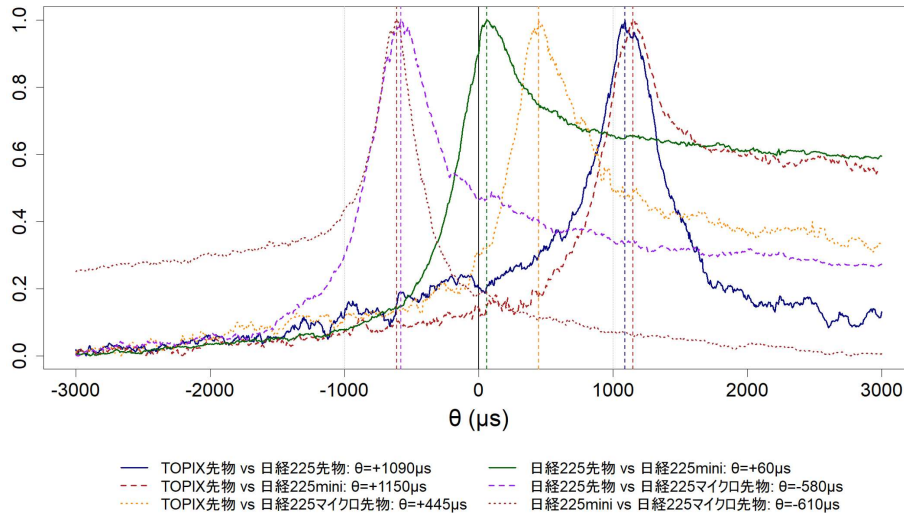


図4 2026年1月16日 9:00~11:30のコントラスト関数(正規化後)

筆者作成

図 4 と図 5 は図 3 とは異なり、ピークの値が大きいものの、グラフの形状としては単峰性があり、一定の信頼度はある可能性がある。

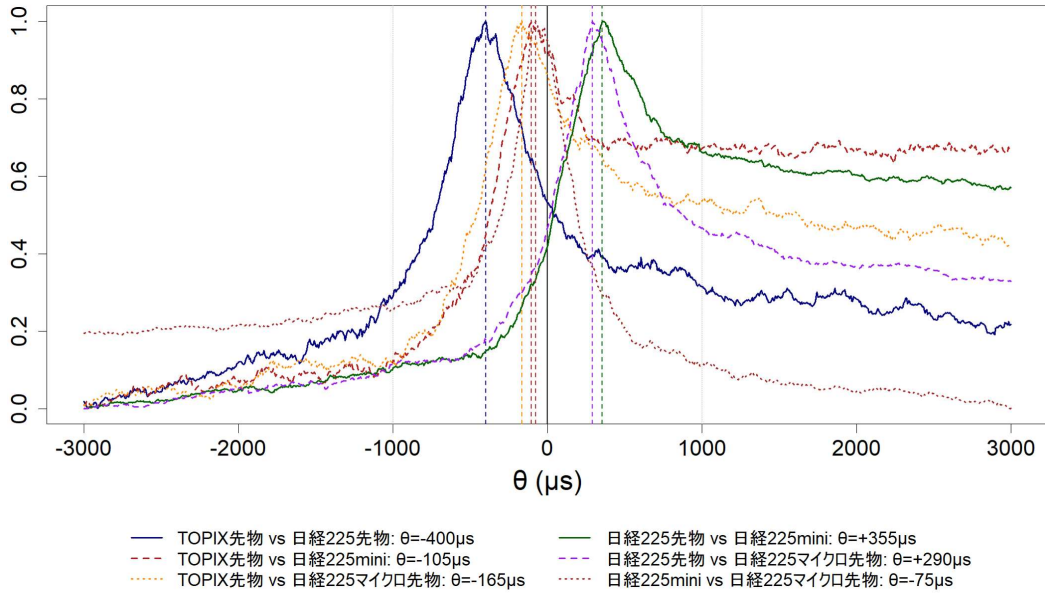


図 5 2026 年 1 月 20 日 9:00~11:30 のコントラスト関数 (正規化後)

筆者作成

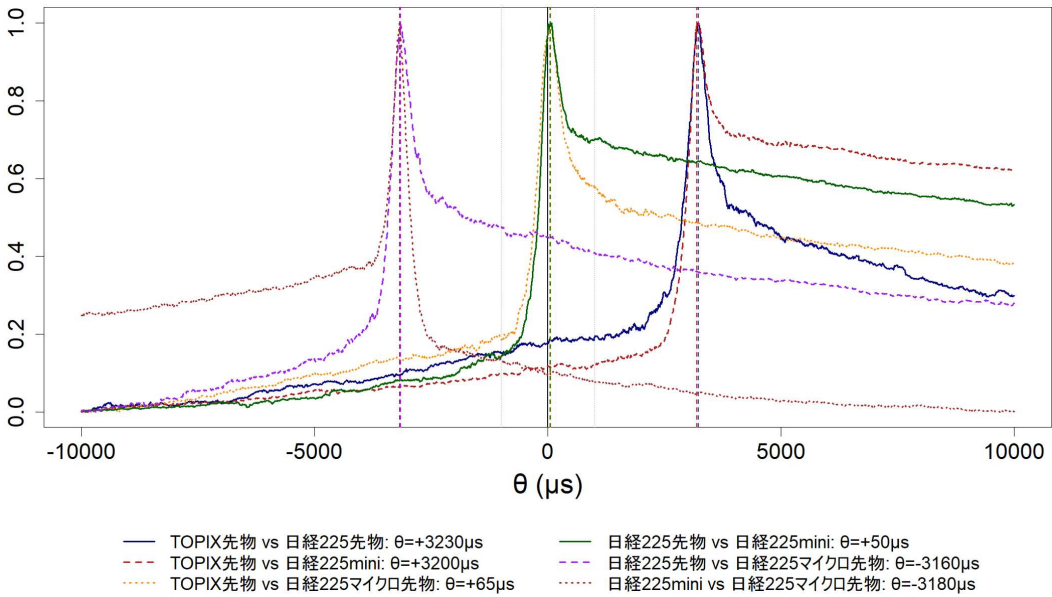


図 6 2026 年 1 月 23 日 9:00~11:30 のコントラスト関数 (正規化後)

筆者作成

図6と図7は前述のとおり、外れ値とも言える値ではあるものの、ピークの形状としては明確になっていると言えよう。ただし、ピークの右側の値が高めで推移し減衰が緩やかで左右非対称なペアがあることと、横軸の範囲も広いことに注意する必要がある。

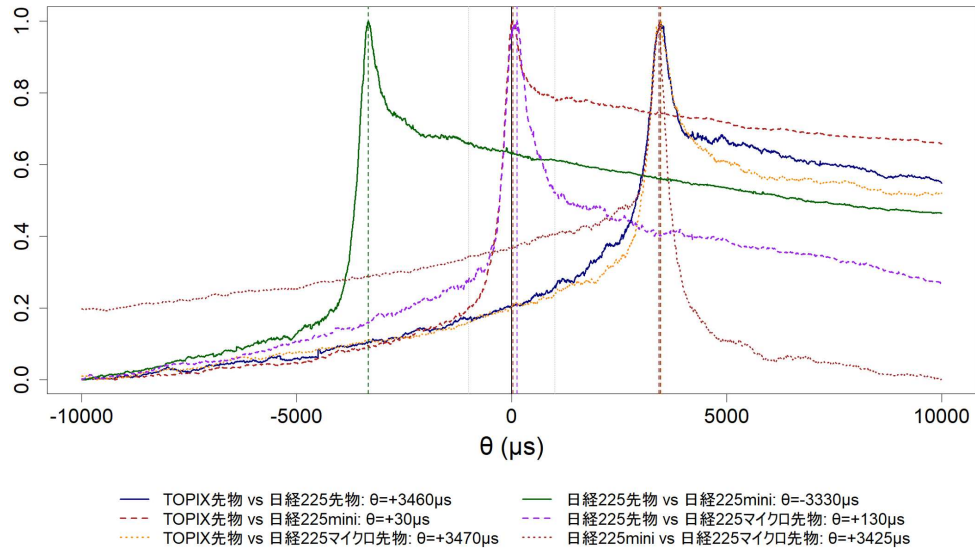


図 7 2026 年 2 月 4 日 9:00~11:30 のコントラスト関数 (正規化後)

筆者作成

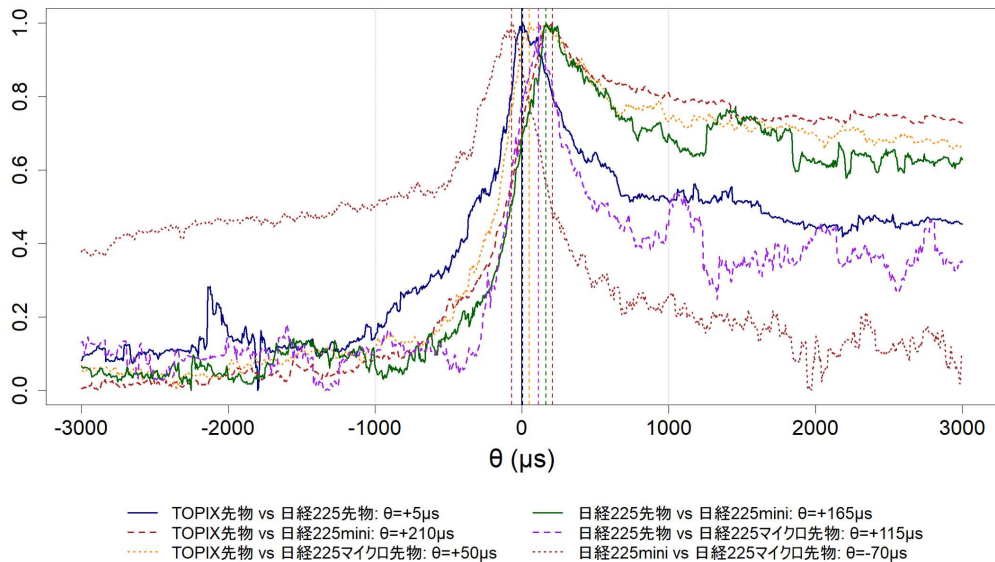


図 8 2026 年 2 月 9 日 9:00~11:30 のコントラスト関数 (正規化後)

筆者作成

図8の2月9日は推定値としては小さめの値ではあるが、同様な推定値の図1と比較してグラフの形状としてはやや複雑と言えよう。

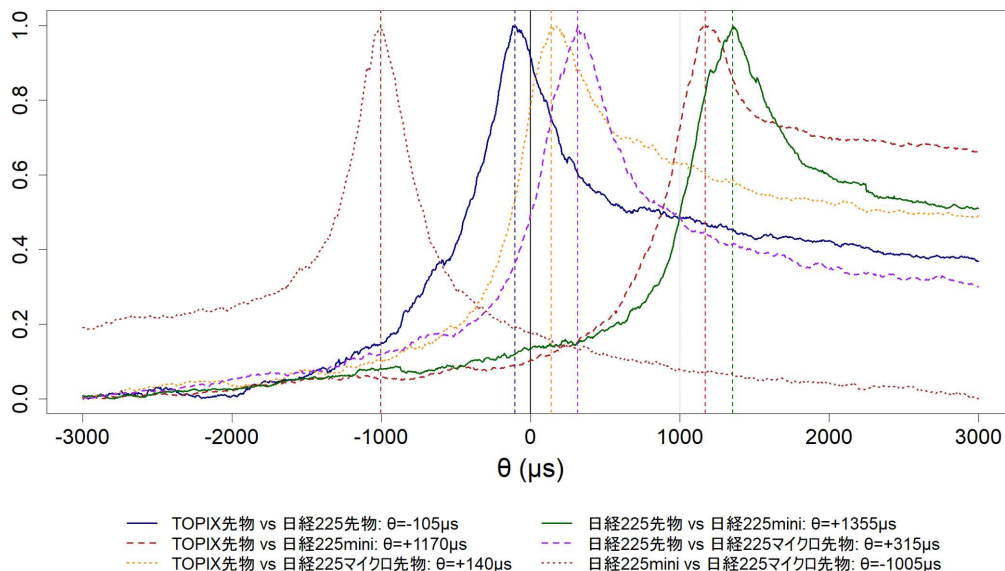


図9 2026年2月10日 9:00~11:30のコントラスト関数(正規化後)

筆者作成

図9に関しても図6および図7と同様な状況と考えられる。

6. おわりに

本稿が使用するITCHバイナリデータはナノ秒精度のタイムスタンプを持ち、従来の分単位・秒単位のデータでは識別不可能な超高頻度データであるマイクロ秒オーダーの先行遅行関係をより精密に推計できることが分かった。ただし、先行遅行関係は安定してはおらず、その時々で高頻度取引のアルゴリズムも異なるであろうが、100マイクロ秒単位の先行遅行関係の存在は、高頻度取引アルゴリズムが裁定可能な時間スケールである可能性もあり、マーケット・マイクロストラクチャーの観点から重要な発見である。また、推計期間内では注文量や取引量が多い日経平均miniよりもTOPIX先物の方が先行していることを示す結果が多い傾向があることは、TOPIX先物の方が情報がある可能性があり、マーケット・マイクロストラクチャー理論的にも興味深い結果と言えよう。同時に超高頻度データの各種の分析において、先行遅行関係を分析することは基本的な状態の把握・確認として常に実施すべき事項であることも本分析を通じて理解が深まることを期待したい。

参考文献

Aquilina, M., Budish, E., and O'Neill, P. (2022) Quantifying the high-frequency trading “arms race”,

- The Quarterly Journal of Economics*, 137(1), 493–564. <https://doi.org/10.1093/qje/qjab032>
- Brogaard, J., Hendershott, T., and Riordan, R. (2014) High-frequency trading and price discovery, *Review of Financial Studies*, 27(8), 2267-2306.
- Gatheral J. and Oomen R. (2010) Zero-intelligence realized variance estimation, *Finance and Stochastics* 14(2), 249–283.
- Hasbrouck, J. (1995) One security, many markets: Determining the contributions to price discovery, *The Journal of Finance*, 50(4), 1175-1199.
- Hayashi, T. and Yoshida, N., (2005) On covariance estimation of non-synchronously observed diffusion processes, *Bernoulli* 11 (2) 359 - 379. <https://doi.org/10.3150/bj/1116340299>
- Hoffmann, M., Rosenbaum M., and Yoshida, N. (2013) Estimation of the lead-lag parameter from non-synchronous data." *Bernoulli* 19 (2) 426 - 461. <https://doi.org/10.3150/11-BEJ407>
- Menkveld, A. J. (2017) High-frequency trading as viewed through an electron microscope, *Financial Analysts Journal*, 74(2). <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2875612>
- Stoikov, S. (2018) The micro-price: a high-frequency estimator of future prices, *Quantitative Finance* 18(3), 1959 - 1966. <https://doi.org/10.1080/14697688.2018.1489139>
- 吉田靖 (2021) 日経 225 先物、日経 225mini、TOPIX 先物の先行遅行関係の推計、先物・オプションレポート 33(4)

謝辞 本研究は統計数理研究所重点型研究 1(2025-ISMCRP-4302)および東京経済大学個人研究助成費課題番号 25-31 による助成を受けたものです。東京大学 小池祐太准教授の有益なコメントに感謝致します。あり得べき誤りはすべて報告者個人の責に帰します。

本資料に関する著作権は、株式会社大阪取引所にあります。
本資料の一部又は全部を無断で転用、複製することはできません。
本資料の内容は、株式会社日本取引所グループおよびグループ各社（株式会社東京証券取引所、株式会社大阪取引所、株式会社東京商品取引所、株式会社 J P X 総研、日本取引所自主規制法人および日本証券クリアリング機構）の意見・見解を示すものではありません。
本資料は、デリバティブ商品の取引の勧誘を目的としたものではありません。
筆者、株式会社日本取引所グループおよび上記グループ各社は、本資料に基づく投資あるいは類似の行為により発生した如何なる損失や損害に対して、一切の責任を負うものではありません。